

# 1 Question 1

5/4

✓ a)

Une équipotentielle est une surface où la gravité est partout la même. Ainsi, si l'on place une bille sur sa surface, cette bille ne se déplacera pas puisqu'il n'y a pas de variation de potentiel. Les objets ont tendance à se diriger de zones de haut potentiel vers des zones de bas potentiel. Généralement, le potentiel est à plus basse altitude dans les océans, à cause du déficit de masse causé par ceux-ci. Cela implique que sur l'ellipsoïde, donc à la surface de l'océan, le potentiel est plus bas. Ainsi, il est logique que les rivières se jettent dans les océans, car elles proviennent de zones où le géoïde est à plus haute altitude donc où le potentiel sur l'ellipsoïde est plus élevé.

✓ b)

OK L'accélération centrifuge est donnée par  $a_c = w^2 r \cos\phi$  et à l'équateur,  $\phi = 0$ . On obtient alors  $a_c = w^2 R_{eq}$ . La vitesse angulaire est donnée par l'équation suivante où  $a_c = 9.81 m/s^2$  pour opposer la gravité et  $R_{eq} = 6.378 \times 10^6 m$ .

$$w = \sqrt{\frac{a_c}{R_{eq}}} = 0.00124 \text{ rad/s} \quad \checkmark$$

Ce qui donne  $0.00124 \times 60 \times 60 \times 24 = 107$  tours par jour. Puisque une journée est égale à 1 tour, la longueur d'une journée sera de  $\frac{1 \text{ rad}}{0.00124 \text{ rad/s}} = 806 \text{ s} = 13.44$  minutes. L'accélération centrifuge est nulle aux pôles, car elle est perpendiculaire à l'axe de rotation de la Terre. Ainsi la gravité demeurera inchangée. Dans la formule suivante, on remplace  $\phi$  par  $\frac{\pi}{2}$  :

$$g_{th} = 9.7803253359 \left( \frac{1 + 0.00193185265241 \sin^2\phi}{1 - 0.00669437999014 \sin^2\phi} \right) = 9.865 m/s^2 \quad \checkmark$$

✓ c)

OK Les présentes technologies favorisent la prise de données de gravité ponctuelles, que l'on appelle signal géophysique. Ces données compilées permettent d'extrapoler un profil gravimétrique. Cependant, plusieurs signaux continus pourraient passer à travers la fréquence des échantillons. Une bonne fréquence d'échantillonnage permet de reconstruire le signal original sans ambiguïté, puisque la fréquence d'échantillonnage possède l'information pour décrire un seul signal. Il est donc nécessaire que la fréquence d'échantillonnage soit au moins deux fois plus grande que la fréquence maximale des anomalies recherchées sur le terrain.

✓ d)

En surface, l'excès de masse et d'altitude causée par les chaînes de montagnes aura pour effet de générer une anomalie positive, qui sera corrigée par la correction d'altitude et de plateau. En profondeur, la racine orogénique crustale présente un déficit de masse dans la manteau, qui aura pour effet de générer une anomalie de Bouguer négative. Ainsi, malgré le fait que nous avons en surface une chaîne de montagne très épaisse, l'anomalie sera tout de même négative. Ce phénomène est notamment observé dans les Rocheuses dans l'Ouest Canadien.

Oui!

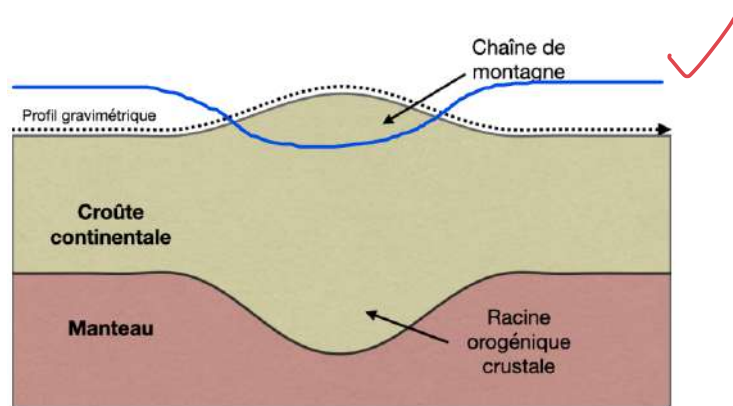


FIGURE 1: 1d) En bleu, le profil de l'anomalie de Bouguer.

✓

e)

Incertitude relative = incertitude absolue/résultat.

L'incertitude relative sur le temps est de  $1 \pm 10^{-6} s/s$

On isole  $g : g = \frac{2z}{t^2}$

Ainsi l'incertitude relative sur  $g$  est

$$g = \frac{1}{(1 \pm 10^{-6})^2} = 1 \pm 2 \times 10^{-5}$$

Les anomalies géologiques anticipées sur la Terre sont de l'ordre de  $10^{-13}$  et  $10^{-7} m/s^2$ . Cette valeur est beaucoup plus grande que celles sur la Terre. Malheureusement, cet appareil ne pourrait pas être utilisé efficacement sur Terre. ✓

## 2 Question 2 4/4

a)

✓

Afin de tracer un profil géophysique intéressant, il serait pertinent d'orienter les traverses à un angle de 90 degrés des tunnels afin d'intercepter l'anomalie maximale. Ainsi, l'angle optimal est de 70 degrés avec l'ouest.

b)

OK

La profondeur des cavités est entre 3 et 6m. Pour une sphère, la largeur à mi-hauteur ( $x_{1/2}$ ) est égale à la profondeur divisée par 1.306. Pour un cylindre de longueur infinie, la largeur à mi-hauteur est directement proportionnelle à la profondeur. On obtient ainsi des largeurs à mi-hauteur de 2.30m et 4.59m pour les sphères et 3m et 6m pour les cylindres. La plus petite valeur est retenue afin de représenter toutes les anomalies, soit une largeur à mi-hauteur de 2.30m. Ainsi, la fréquence maximale du signal est de  $1/4.60m$ . Afin de respecter le théorème d'échantillonnage, il faut échantillonner à une fréquence deux fois plus élevée, soit  $1/2.30m$ . Le pas entre les traverses est généralement plus élevé que celui entre les échantillons. La distance maximale entre les traverses devraient être la moitié de la distance minimale entre les cavités sphériques, soit une distance maximale d'environ 6m.

Le dessin était arbitraire!

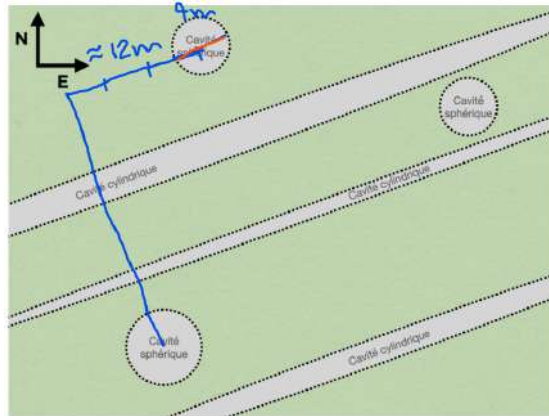


FIGURE 2: 2b) Visualisation de la technique utilisée pour estimer la distance entre les sphères.

c)

La cavité sphérique générant la plus petite anomalie possède une anomalie de  $-0.00621$  mGal quand  $x'=0$ .  $\sim 6 \mu\text{Gal}$   
 Anomalie maximale de la sphère :

$$\Delta g_{max} = G\Delta\rho\left(\frac{4\pi a^3}{3}\right)\frac{1}{z'^2} \quad \text{Avec } a=2\text{m}, \Delta\rho=-1000\text{kg/m}^3 \text{ et } z'=6\text{m}$$

La cavité cylindrique générant la plus petite anomalie possède une anomalie de  $-0.00700$  mGal quand  $x'=0$ .

$$\Delta g_{max} = \frac{2\pi GR^2\Delta\rho}{z'} \quad \text{Avec } R=1\text{m}, \Delta\rho=-1000\text{kg/m}^3 \text{ et } z'=6\text{m}$$

Cette question est importante, car elle permet de vérifier si la précision des instruments est plus petite que les variations de gravité à observer. ✓

d)

Le pas entre les échantillons est très petit (2.30m), impliquant que les anomalies à observer sont très subtiles. Il est donc important de **s'assurer de bien les espacer**, car un pas légèrement plus grand fera perdre de la résolution dans les levées, car celui-ci serait inférieur à la fréquence de Nyquist. **Cela peut mener à manquer certaines cavités plus petites.** Et pour faire les corrections (altitude etc).

### 3 Question 3

3.5/4

a)

De manière générale, les corrections les plus importantes sont celles d'altitude et de plateau. Puisque la sphère présente une altitude de 4km, il est logique que ces deux corrections soient élevées. Puisque nous ne connaissons pas le contraste de densité, à des fins de simplifications, on pose qu'il est de  $2000\text{kg/m}^3$ . On obtient ainsi environ :

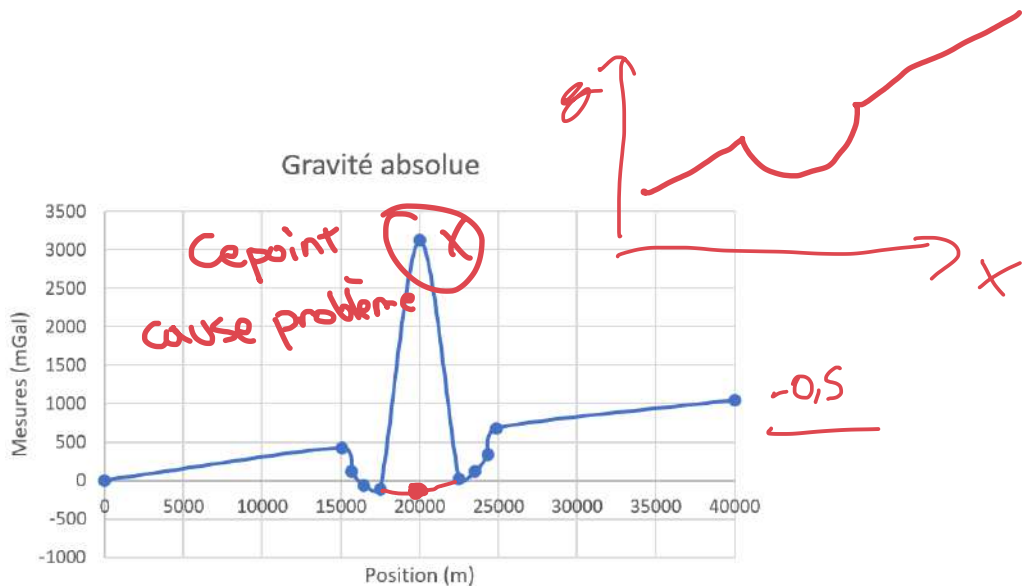


FIGURE 3: Valeurs de gravité absolue. Trouvées à l'aide de l'addition de l'anomalie de Bouguer, de l'inverse de la correction de latitude et de la correction de Plateau présentés plus loin. Voir la Figure 4

3a) est étrange

Cercle trigonométrique		Corrections									
X	Y	Position x (m)	hauteur h (m)	Altitude (mGal)	Plateau (mGal)	Résultante (mGal)	Latitude (mGal)	Bouguer(mGal)	3a)	3b)	
Fin du levé géophysique		40000.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1048.00	0.5	1048.50	0.50	
racine(5000^2-1000^2)=4899	0	24899.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-652.35	28	680.35	28.00	
0.866025404	0.5	24330.13	1500.00	462.45	-125.80	336.65	-637.45	40	340.80	-296.65	
0.707106781	0.70710678	23535.53	2535.53	781.71	-212.65	569.06	-616.63	70	117.58	-499.06	
0.5	0.8660254	22500.00	3330.13	1026.68	-279.29	747.39	-589.50	179	21.11	-568.39	
0	0	20000.00	4000.00	1233.20	-335.47	897.73	-524.00	3495	3121.27	2597.27	
0.5	0.8660254	17500.00	3330.13	1026.68	-279.29	747.39	-458.50	179	-109.89	-568.39	
0.707106781	0.70710678	16464.47	2535.53	781.71	-212.65	569.06	-431.37	70	-67.69	-499.06	
0.866025404	0.5	15669.87	1500.00	462.45	-125.80	336.65	-410.55	40	113.90	-296.65	
racine(5000^2-1000^2)=4899	0	15101.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-395.65	28	423.65	28.00	
Début du levé géophysique		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.5	0.50	0.50	
				densité	2000						

← étrange

FIGURE 4: Fichier Excel présentant les résultats permettant de déterminer la correction d'altitude. Un contraste de densité de  $2000\text{kg}/\text{m}^3$  est posé pour la correction de plateau. La sphère est placée à  $x=20000\text{m}$ . Les formules pour chaque correction sont données plus tard.

Afin d'arriver à ce résultat, toutes les corrections ont été calculées puis leur inverse ont été additionnées afin de retrouver les valeurs de gravité absolue.

**Gravité absolue** = anomalie de Bouguer - correction d'altitude - correction de plateau - correction de latitude.

b)

La formule de la correction de latitude ne semble pas fonctionner à l'équateur lorsque  $\phi$  est égal à 0, car  $\sin(2(0)) = 0$ . C'est étrange, j'en conviens, je sens bien que j'ai peut-être mal interprété quelque chose. Enfin ! À l'aide de ce joyeux [site internet](#) j'ai pu faire la conversion kilomètre en degrés, minutes, secondes. Ainsi, à 40km nous sommes à  $0^\circ 21.6'$ . À l'aide de la formule suivante, on remplace  $\phi$  par  $0 + \frac{21.6}{60} = 0.36$  :

$$g_{th} = 9.7803253359 \left( \frac{1 + 0.00193185265241 \sin^2 \phi}{1 - 0.00669437999014 \sin^2 \phi} \right) = 9.791 \text{m/s}^2$$

On soustrait à la gravité à l'équateur la gravité obtenue  $9.780 - 9.791 = -1047mGal$  et on obtient la valeur maximale de la correction. On assume la variation linéaire de la gravité sur les 40km, ce qui donne la graphique suivant.

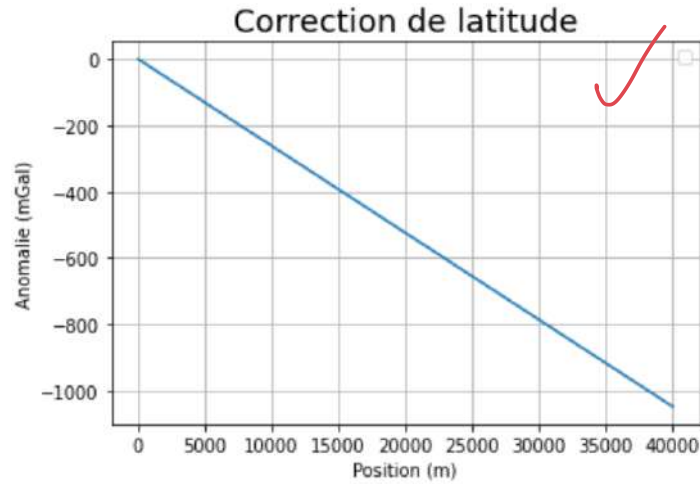


FIGURE 5: Correction de latitude. La ligne de levé se déplace vers le Nord, la correction est donc négative.

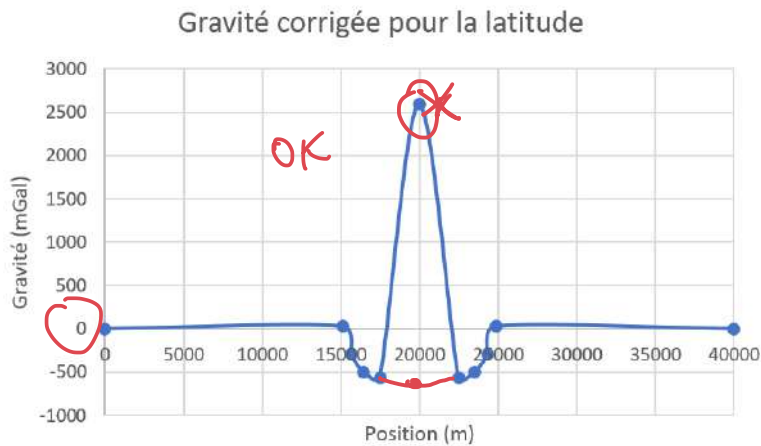


FIGURE 6: Effet des corrections de latitude appliquée sur les mesures absolues. Les calculs sont présentés à la Figure 4.

c)

La correction de plateau est donnée par :

$$\Delta g_P = -2\pi G\rho(z' - z_0)$$

On pose que  $\Delta\rho = 2000kg/m^3$

La correction d'altitude est donnée par :

$$\Delta g_A = 3.083 \times 10^{-6} * h$$

*Il n'était pas nécessaire d'aller aussi précis!*

Afin de trouver les valeurs des corrections, je me suis crinqué. En prenant les points sur le cercle trigonométrique, on obtient la position et on obtient l'altitude en enlevant 1km à la hauteur. Les calculs sont présentés à la Figure 4.

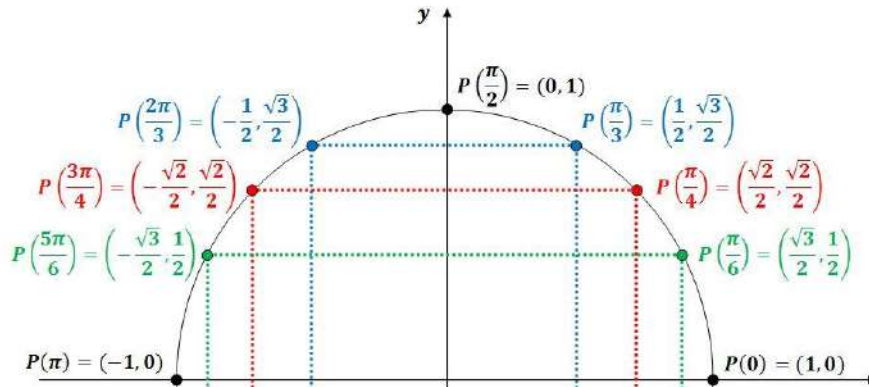


FIGURE 7: Cercle trigonométrique. Les valeurs Excel sont tirées du cercle trigonométrique.

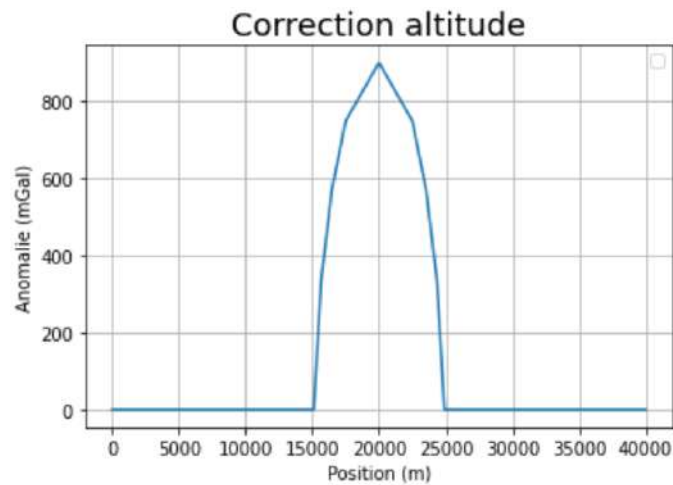
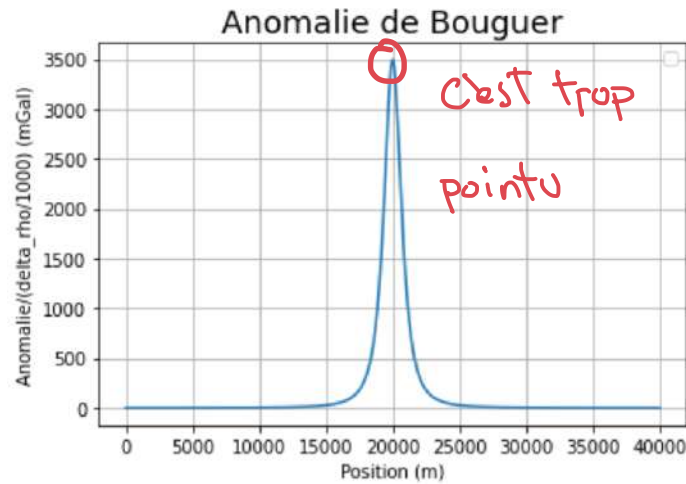


FIGURE 8: Correction d'altitude

Les corrections appliquées sur les mesures absolues sont la correction d'altitude, de plateau et d'altitude. Une fois ces corrections effectuées, on obtient l'anomalie de Bouguer.

d)



✓  
Ce n'est plus  
une sphère mais  
une demi-sphère

FIGURE 9: 3d) Anomalie de Bouguer pour un contraste de densité  $1000 \text{ kg/m}^3$  centrée à  $x=20\,000\text{m}$ . Afin d'obtenir l'anomalie pour un contraste de densité  $\Delta\rho$ , il faut multiplier par  $\frac{\Delta\rho}{1000}$ .

L'anomalie de Bouguer est donnée par le code suivant sur Python :

```
def sphere(R, delta_rho, x, z, x_axe):
    x_prime = x_axe - x
    delta_g_z = 6.67430*(10**(-11))*delta_rho*((4*np.pi*R**3)/3)*
        (z/((x_prime**2+z**2)**(3/2)))*10**5
    return delta_g_z
sphere(5000, 1000, 20000, 1000, np.linspace(0, 40000, 600))
```

#### 4 Question 4

3,3  
/4

a)

Le contraste de densité causé par le réservoir est positif, mais puisque celui-ci se situe au dessus de la ligne de levée, l'anomalie sera négative.

a)  $\Delta g_z = \left(\frac{4}{3}\pi a^3\right) G \Delta \rho_1 \frac{z-z_1}{((x-x_1)^2 + (z-z_1)^2)^{3/2}}$

$G = 6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg s}^2$

$z-z_1 = 10 \text{ m}$

$a = 5 \text{ m}$

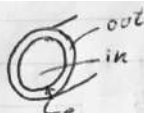
$\Delta \rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$  (carré d'eau)

$\Delta g_{z_1} = \frac{-0,000349}{((x-x_1)^2 + 100)^{3/2}} \text{ m/s}^2$

✓

FIGURE 10: Calculs

b)

b) coquille cylindrique 

$\Delta g_z = \Delta g_{out} + \Delta g_{in}$

$\Delta g_{z_2} = \Delta g_{cylindre} = \frac{2\pi G R^2 \Delta \rho}{z'(1 + (\frac{x'}{z'})^2)}$

$G = 6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{Kgs}$

$z' = z - z_2$

$x' = x - x_2$

$R_{out} = 5\text{m}$      $\Delta \rho_{out} = 4500 - 2000 = 2500 \text{ kg/m}^3$

$R_{in} = 5\text{m} - e$      $\Delta \rho_{in} = 2500 - 1000 = 1500 \text{ kg/m}^3$

$\Delta g_{out} = \frac{0,0000262}{z'(1 + (\frac{x'}{z'})^2)}$      $\Delta g_{in} = \frac{-0,0000147 (5-e)^2}{z'(1 + (\frac{x'}{z'})^2)}$

$\Delta g_{z_2} = \Delta g_{out} + \Delta g_{in}$

$= \frac{(0,0000262 - 0,0000147 (5-e)^2)}{z'(1 + (\frac{x'}{z'})^2)}$

un conduit  $r = 5\text{m}$ , cent gros,  
on pose  $e = 10\text{cm} = 0,1\text{m}$

avec  $e = 0,1$      $\Delta g_z = \frac{-0,00000903}{z'(1 + (\frac{x'}{z'})^2)} = 0$

*Très près de la solution*

*2000 kg/m<sup>3</sup>*

*4500 kg/m<sup>3</sup>*

*1000 kg/m<sup>3</sup>*

*-0,5*

FIGURE 11: Calculs

On note que malgré la présence de la coquille de plomb, l'anomalie générée est négative.

c)

$$\iint \vec{g} \cdot d\vec{S} = -4\pi G M_{inc}$$

$$M_{inc} = M_{plomb} - M_{eau} = 0$$

⊖ parce que c'est relatif à l'encaissant

$$= 2\pi R \sigma - \pi R^2 \rho = 0$$



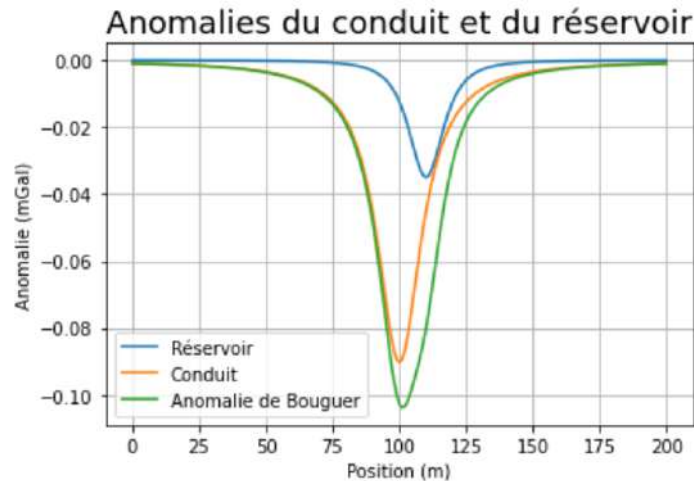


FIGURE 12: L'anomalie du conduit peut être obtenue avec le  $z$  et le  $x$ . La largeur à mi-hauteur est  $\frac{z}{10} * (\text{la largeur à mi hauteur dans le graphique})$  et l'amplitude est en fonction de (l'amplitude dans le graphique) divisé par  $\frac{z}{10}$ . Ici la distance entre le réservoir et le conduit est de 10m.

d)

Puisque les deux anomalies sont négatives, il y a des chances, dépendant de leur distance, que celles-ci se superposent, comme dans la Figure 12. Conséquemment, l'anomalie de Bouguer de la ligne de levée pourrait avoir une largeur à mi-hauteur et une amplitude plus grande que l'anomalie générée par le conduit seulement. Puisque la largeur à mi-hauteur et l'amplitude se corrèle à la profondeur  $z$ , cela pourrait mener à une mauvaise interprétation de la profondeur du conduit.

super

## 5 Question 5

3,5  
4 ✓

a)

La compaction de l'alluvion permet une réorganisation des grains qui réduit sa porosité, augmentant ainsi sa densité.

b)

Question bien comprise mais

petite erreur de calcul.

Diagram: A horizontal slab of thickness  $2p$  is shown. The top surface is at  $z=0$  and the bottom surface is at  $z=2p$ . The density contrast is  $\Delta\rho$ . The vertical axis is  $z$ , pointing downwards. The horizontal axis is  $x$ . The gravity vector  $\vec{g}$  points downwards, and the normal vector  $\vec{n}$  points upwards from the top surface and downwards from the bottom surface.

Theorem of Gauss:  $\iint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -4\pi G M_{inc}$

Equation (1):  $-2gS = -4\pi G M_{inc}$

Equation (2):  $M_{inc} = \iiint_V \rho dV = \int_0^p \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Delta\rho_0 e^{-\lambda z} dx dy dz$

Equation (2) simplified:  $= \Delta\rho_0 \int_0^p S e^{-\lambda z} dz = \Delta\rho_0 S \left[ \frac{-e^{-\lambda z}}{\lambda} \right]_0^p = -\Delta\rho_0 S \frac{e^{-\lambda D}}{\lambda}$

Equation (2) in (1):  $-2gS = -4\pi G \left( \Delta\rho_0 S \frac{e^{-\lambda D}}{\lambda} \right)$

Final result:  $\Delta g_z = -2\pi G \Delta\rho_0 \left( \frac{e^{-\lambda D}}{\lambda} - 1 \right)$

Handwritten notes: "-0,5" on the left, "Attention  $e^0 = 1$ " on the right, and a red arrow pointing from the final result to the text below.

FIGURE 13: Calculs

c)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} -2\pi G \Delta\rho_0 \frac{e^{-\lambda D}}{D} = 0 \quad \text{puisque} \quad e^{-\infty} = 0$$

OK

La gravité tend vers 0 quand  $D$  tend vers l'infini, car le contraste de densité tend vers 0. Ainsi, puisque la profondeur augmente la compaction, éventuellement, l'alluvion atteindra la même densité que le roc.

d)

La relation entre le contraste de densité de l'alluvion et du socle est donnée par une fonction ayant un exponentiel négatif. Avec la profondeur, le contraste de densité risque de devenir zéro, car l'alluvion aura compactée au point d'atteindre la densité de son environnement. Ainsi, une fois cette limite passée, il n'est plus possible de délimiter l'alluvion par des contrastes de densité. Pour des alluvions très profonds, la gravimétrie n'est donc pas la bonne méthode à utiliser.