

5/5

Question 1 - Corrections gravimétriques

densité roches sédimentaires  $\rightarrow 2750 \text{ kg/m}^3$

densité formation de fer  $\rightarrow 5400 \text{ kg/m}^3$

gravité initiale à la station de base  $\rightarrow 7 \text{ mGal}$

gravité finale à la station de base  $\rightarrow 1 \text{ mGal}$

Malartic ( $48.1366^\circ \text{ N}$ ,  $78.1271^\circ \text{ O}$ )

A) correction de dérive

on suppose que la dérive est linéaire dans le temps

$$\Delta g_D = - \gamma (t - t_1) = - \frac{(v_2 - v_1)(t - t_1)}{(t_2 - t_1)} \quad \text{valide entre } t_1 \text{ et } t_2$$

↳ ici valide sur tout le prof. 1.

$\rightarrow$  on a pas d'informations sur les données de temps mais la vitesse de déplacement est constante, on obtient donc

$$\Delta g_D = - (v_2 - v_1) = - (1 - 7) = 6 \text{ mGal} \cdot \frac{t}{t_2} \quad (\text{à la fin du prof. 1})$$

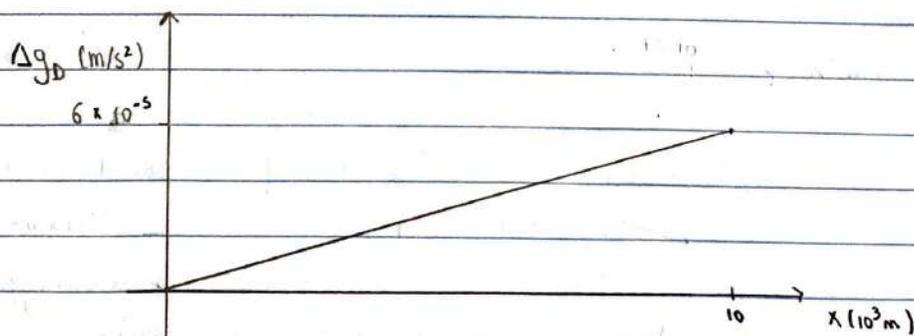


figure 1. correction de dérive en fonction de la distance "x" (m).

## b) correction de latitude

cette correction se base sur le modèle de l'ellipsoïde qui indique que la gravité augmente lorsque l'on se rapproche des pôles (vers le Nord au Canada), car la distance au centre de la terre diminue.

des notes de cours, on a :

$$\Delta g_L = \frac{-g_e c_1 \sin(2\phi)}{R_e} (y - y_0) \quad \text{où } y_0 \text{ est la position vers le Nord (m)}$$

$$\text{Avec } g_e = 9.780327 \text{ m/s}^2$$

$$c_1 = 5.2790414 \times 10^{-3}$$

$$R_e = 6.378 \times 10^6 \text{ m}$$

on a donc :

$$\Delta g_L = \frac{-g_e c_1 \sin(2 \cdot 48.1366)}{R_e} (10^3 - 0) = -8.0467 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$$

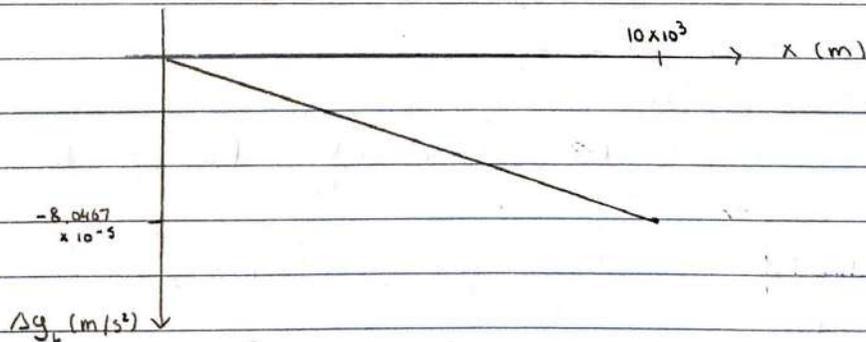


Figure 2. correction de latitude en fonction de la distance vers le Nord (m).

on voit que la valeur de  $\Delta g_L$  corrige l'augmentation de la gravité vers le Nord.

### c) correction d'altitude

cette correction permet de prendre en compte la variation d'altitude du gravimètre effectivement, l'augmentation d'altitude augmente la distance au centre de la Terre.

des notes de cours, on a :

$$\Delta g_A = - \frac{2GM}{r_0^3} h \approx 3.083 \times 10^{-6} h \quad \left( h = (Z - Z_{\text{base}}) \right)$$

(en connaissant la masse et le rayon de la Terre).

ici, on a 3 changements d'altitude

1.  $\Delta g_{A1} = 3.083 \times 10^{-6} (350 - 150) = 6.166 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$

2.  $\Delta g_{A2} = 3.083 \times 10^{-6} (0 - 150) = -4.6245 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$

3.  $\Delta g_{A3} = 3.083 \times 10^{-6} (0 - 0) = 0 \text{ m/s}^2$

la référence en "z" a été placée au plus bas du profil.

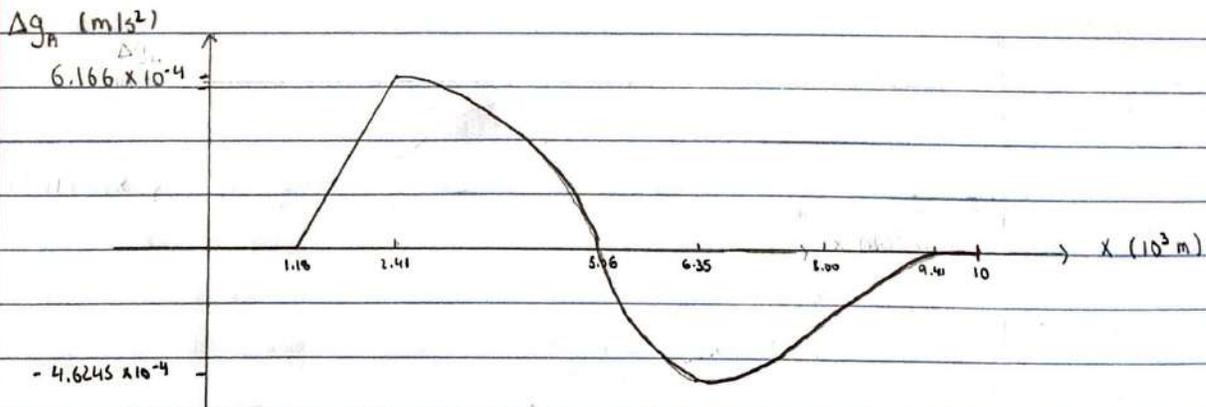


Figure 3. correction d'altitude en fonction de la distance (m)

#### d) Correction de plateau

Cette correction permet de prendre en compte la différence de masse lorsque la topographie change entre un point situé à une élévation "z" et l'élévation "z<sub>0</sub>" de la station de base.

des notes de cours, on a :

$$\Delta g_p = -2\pi G \rho_b (z - z_0) \quad \text{où } G = 6.67408 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ Kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

"  $\rho_b =$  densité de la tranche de Bouguer.  
= 2750 kg/m<sup>3</sup>

ici, on a trois calculs :

$$\Delta g_{p_1} = -2\pi G \rho_b (350 - 150) = -2.306 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$$

$$\Delta g_{p_2} = -2\pi G \rho_b (0 - 150) = 1.730 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$$

$$\Delta g_{p_3} = -2\pi G \rho_b (150 - 150) = 0 \text{ m/s}^2$$

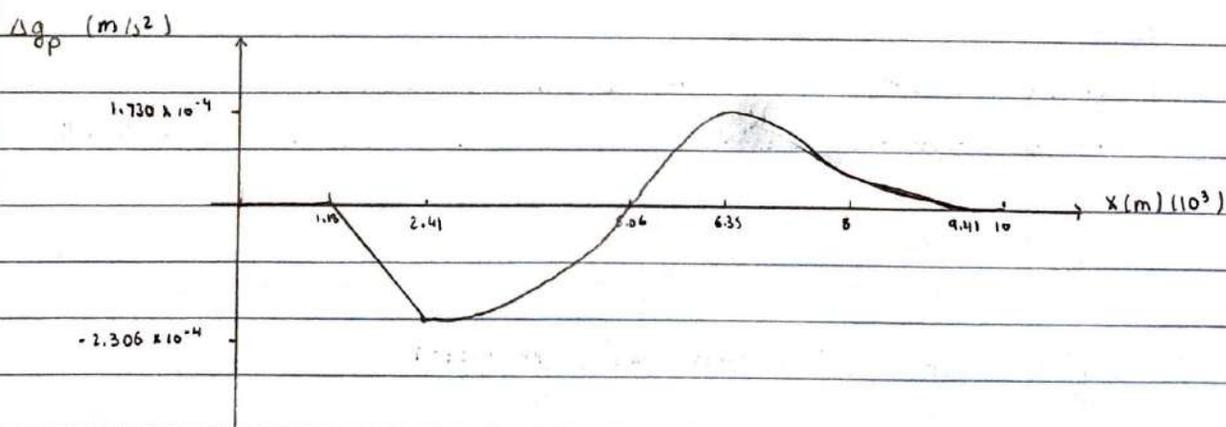


Figure 4. correction de plateau en fonction de la distance (m)

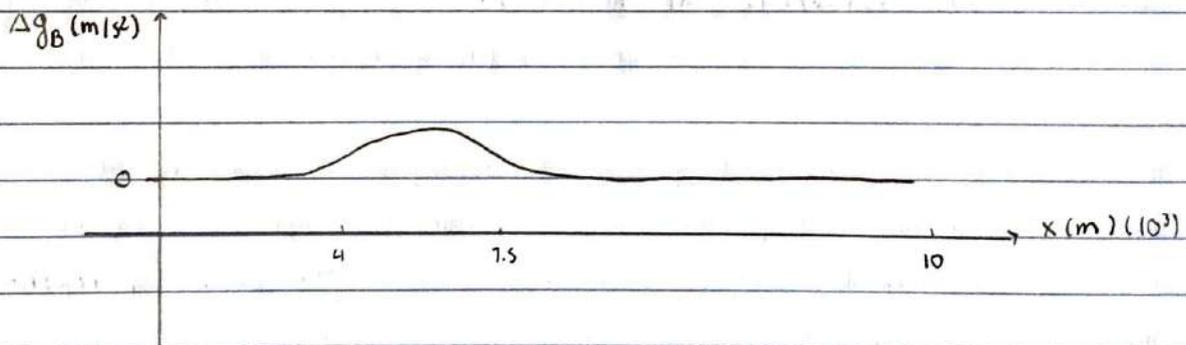
### c) Anomalie de Bouguer

la valeur de gravité présentée à l'anomalie de Bouguer prend en compte l'ensemble des corrections gravimétriques afin de montrer le signal gravimétrique seulement influencé par les contrastes de densité dans le sol.

ici, elle est obtenue avec  $\Delta g_B = \Delta g_{\text{obs}} + \Delta g_D + \Delta g_A + \Delta g_C + \Delta g_P$

les données de gravité observées ne sont pas fournies, c'est donc une analyse qualitative qui va être effectuée.

dans le cas du profil effectué ici, une formation de fer de densité supérieure à la densité de l'encaissant ( $5400 \text{ kg/m}^3 > 2750 \text{ kg/m}^3$ ) est présente et va affecter l'anomalie de Bouguer. C'est un contraste de densité positif.



le zéro a été monté pour mieux montrer le signal.

on remarque que le signal obtenu grâce à l'anomalie de Bouguer permet de répondre à l'objectif qui était de localiser une formation de fer.

# Question 2

4/5

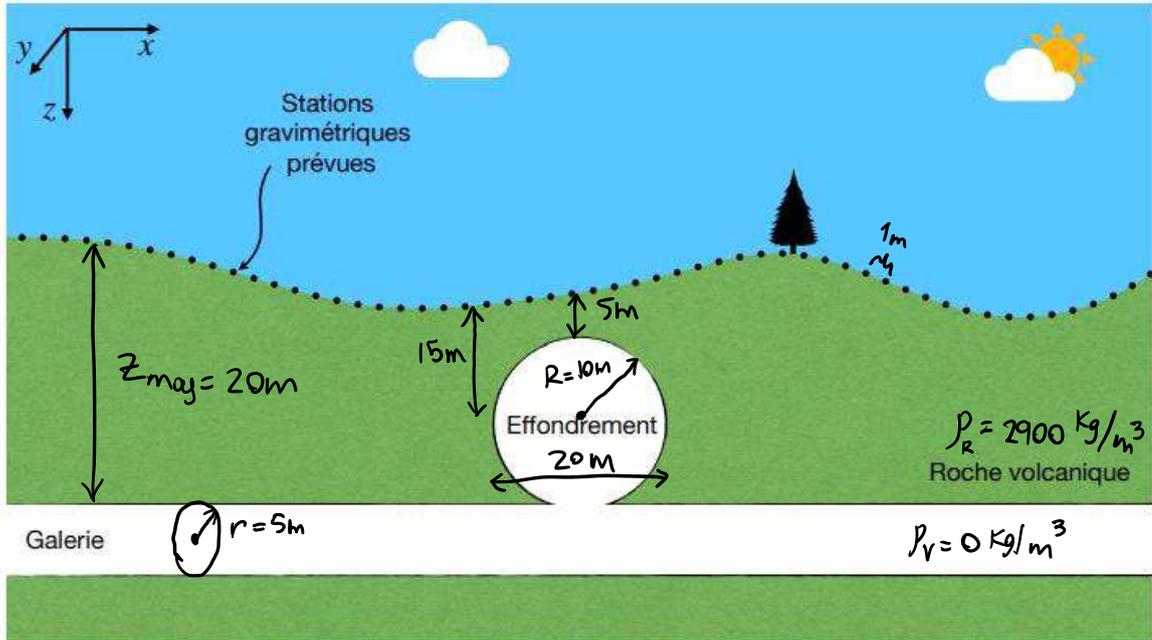


Figure 2 – Profilage gravimétrique au-dessus d'une galerie minière.

-0.5

- A) Dans ce problème, on veut premièrement trouver où se trouve l'effondrement de la galerie sur l'axe des x, mais aussi estimer ce manque de masse alors que le trou est composé de vide. **Ci, il** serait approprié de faire un profilage gravimétrique parallèle à la galerie seulement si on connaît déjà sa position exacte et que nous la suivons tout le long du levé. Alors il sera évident que le seul contraste de densité dans le levé sera celui de l'effondrement **jumelé avec celui de la galerie** alors que les autres paramètres sont connus et nous pourrions évaluer le manque de masse par rapport au reste de la galerie.

-0.5

- B) Ma stratégie de modélisation serait de modéliser la galerie comme un cylindre infini de rayon  $r = 5\text{ m}$  (donc un cylindre très long si on suppose que la galerie est très longue) et de densité nulle (dans l'air) selon l'équation [1] et de modéliser l'effondrement au-dessus de la galerie comme une sphère de rayon  $R = 10\text{ m}$  et de densité nulle selon l'équation [2]. Nous pourrions ensuite appliquer le principe de superposition sur le lieu de l'effondrement en décomposant le problème comme un cylindre et une sphère qui s'additionnent à l'effondrement.

$$[1] \quad \Delta g_z = \frac{2\pi G r^2 \Delta \rho}{\Delta z (1 + (\Delta x / \Delta z)^2)} \quad \text{où } r = 5\text{ m} \quad \text{et } L > 10 \Delta z > 200\text{ m} \quad (\text{plausible})$$

$$\Delta \rho = \rho_v - \rho_R = -2900 \text{ kg/m}^3$$

$$\Delta z = z - z_0 = z_{\text{max}}$$

$$[2] \quad \Delta g_z = G \Delta \rho \left( \frac{4\pi R^3}{3} \right) \frac{\Delta z}{(\Delta x^2 + \Delta z^2)^{3/2}} \quad \text{où } R = 10\text{ m}$$

$$\Delta \rho = -2900 \text{ kg/m}^3$$

- C) Calcul de l'anomalie pour savoir si elle est plus grande que  $1 \cdot 10^{-6} \text{ Gal}$  :

Anomalie du cylindre infini directement au-dessus :

$$\begin{aligned}\Delta g_{\max} &= \frac{2\pi G r^2 \Delta \rho}{z_{\max}} \\ &= \frac{2\pi \cdot 6,67408 \cdot 10^{-11} \cdot 5^2 \cdot -2900}{20\text{m}} \\ &= -1,52 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}^2 = -152 \mu\text{Gal}\end{aligned}$$

Anomalie directement au centre de la sphère :

$$\begin{aligned}\Delta g_{\max} &= G \Delta \rho \left( \frac{4\pi R^3}{3} \right) \frac{1}{\Delta z^2} \rightarrow \text{je suppose qu'il est à 15m de profond,} \\ &\quad \text{sinon il est à la surface!!} \\ &= 6,67408 \cdot 10^{-11} \cdot -2900 \left( \frac{4\pi \cdot 10^3}{3} \right) \cdot \frac{1}{15^2} \\ &= -3,603 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}^2 = -360 \mu\text{Gal}\end{aligned}$$

(voir schéma)

OK

Donc l'anomalie de l'affondrement attendue :

$$\Delta g_{\text{attendu}} = -152 - 360 = -512 \mu\text{Gal} \gg \text{précision de } 1 \mu\text{Gal}$$

Donc oui, 1  $\mu\text{Gal}$  est assez précis.

D) Calcul de la fréquence d'échantillonnage :

Signaux captables avec  $f_e = 1 \text{ m}^{-1}$

$$f_N = f_{\max} = \frac{f_e}{2} = 0,5 \text{ m}^{-1}$$

$$\text{et } (f_{\max})^{-1} = 2\text{m}$$

Donc on peut capter une anomalie jusqu'à 2m de large.

Trouvons un optimum pour une sphère de 20m de diamètre (de largeur)

$$\Rightarrow (f_{\max})^{-1} = 20\text{m}$$

$$f_{\max} = (20\text{m})^{-1} = 0,05 \text{ m}^{-1} = f_N$$

$$f_e > 2 f_{\max} > 0,1 \text{ m}^{-1} \rightarrow \underline{f_e > 0,1 \text{ m}^{-1}}$$

$$\Rightarrow (f_e)^{-1} < 10\text{m} \text{ entre les points de mesures}$$

OK

Donc la fréquence minimale pour trouver la sphère et minimiser le coût est strictement plus grande que  $0,1 \text{ m}^{-1}$  ou encore une distance de moins de 10 m entre les mesures (on pourrait prendre une mesure au 9m pour avoir un chiffre rond à donner au client!)

- E) Cher client, un arpentage au GPS différentiel est primordial dans le levé gravimétrique comme celui-ci, car les plus petites variations du terrain peuvent fortement influencer les mesures gravimétriques de l'anomalie de Bouguer (donc la précision de la grandeur de l'effondrement). Dans votre cas, plus l'appareil GPS est précis, le moins de bruit attribuable à une imprécision GPS sera introduit et l'anomalie sera très précise. Cependant, il est possible de couper sur la fréquence d'échantillonnage en ajustant les stations de mesures à 9 mètres entre chacune d'elles au lieu d'une station à chaque mètre, car c'est la plus grande distance entre les mesures qu'on peut utiliser pour localiser avec la même précision l'effondrement, ceci pour 9 fois moins de stations de mesures.

## Question 3 - Modélisation gravimétrique

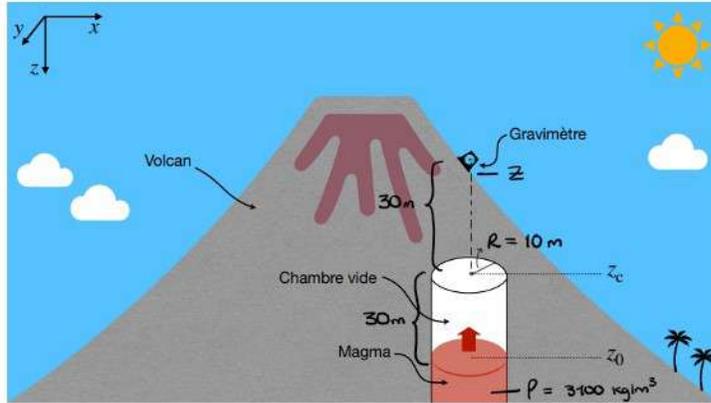
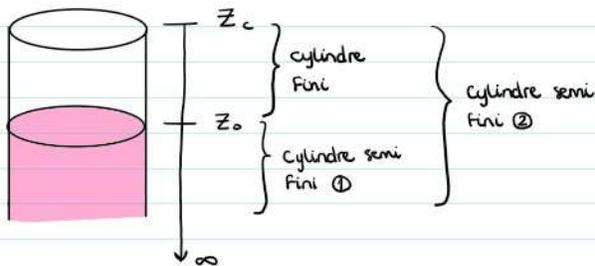


Figure 3 - Suivi de l'activité volcanique par gravimétrie.

a) Dérivez l'anomalie de gravité associée à l'intrusion de magma en fonction de  $\rho$ ,  $R$ ,  $z_0$  et  $z_c$ .



$$\text{anomalie liée à l'intrusion} = \underbrace{\text{anomalie du cylindre semi fini rempli de magma ①}} = 2\pi G \Delta\rho [ (\Delta z^2 + a^2)^{1/2} - \Delta z^2 ]$$

$$\text{anomalie liée à l'intrusion} = \underbrace{\text{anomalie du cylindre semi fini rempli de magma}}_{\Delta g_{z \text{ magma}}} = 2\pi G \Delta \rho [(\Delta z^2 + a^2)^{1/2} - \Delta z^2]$$

où  $\Delta \rho = \frac{\rho_{\text{magma}}}{\rho} - \frac{\rho_{\text{air}}}{\rho} = \rho$

$$\rightarrow \Delta g_{z \text{ magma}} = 2\pi G \rho \left[ \sqrt{(z_c + z_0)^2 + R^2} - (z_c + z_0)^2 \right]$$

$\Delta z = z_c + z_0$   
 $a = R$

b) La densité du magma étant estimée à  $3100 \text{ kg/m}^3$ , le rayon de la chambre à  $10 \text{ m}$ , la distance entre le gravimètre et le plafond de la chambre à  $30 \text{ m}$  et la hauteur initiale du magma à  $30 \text{ m}$  sous le plafond, calculez l'anomalie de gravité attendue lorsque le magma atteindra  $z_c$ .

L'anomalie attendue lorsque le magma atteindra  $z_c$  correspond à la différence de gravité du cylindre fini lorsqu'il était rempli d'air (magma à  $z_0$ ) et maintenant qu'il est rempli de magma (magma à  $z_c$ ).  
Par principe de superposition:

$$\Delta g_{z \text{ cylindre fini}} = \Delta g_{z \text{ magma}} - \Delta g_{z \text{ air}}$$

$$\Delta g_{z \text{ magma}} = 2\pi G \Delta \rho \left[ \left( (30 \text{ m})^2 + (10 \text{ m})^2 \right)^{1/2} - 30 \text{ m} \right]$$

$$= 2\pi G \Delta \rho [1,62277 \text{ m}]$$

$$\Delta g_{z \text{ air}} = 2\pi G \Delta \rho \left[ \left( (60 \text{ m})^2 + (10 \text{ m})^2 \right)^{1/2} - 60 \text{ m} \right]$$

$$= 2\pi G \Delta \rho [0,82762 \text{ m}]$$

$$\Delta g_{z \text{ cylindre fini}} = 2\pi G \Delta \rho [1,62277 \text{ m} - 0,82762 \text{ m}]$$

$$= 2\pi (6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^2/\text{kg}\cdot\text{s}^2) (3100 \text{ kg/m}^3) (0,79514 \text{ m})$$

$$= 103,4 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$$

$$= 103,4 \times 10^{-8} \mu \text{Gal}$$

c) Est-ce que l'anomalie maximale est mesurable avec un gravimètre précis à  $10 \mu \text{Gal}$ ?

$$10 \mu \text{Gal} = 10 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2 = 10^{-7} \text{ m/s}^2$$

$$\text{L'anomalie maximale} = \frac{0,000001034 \text{ m/s}^2}{10^{-7} \text{ m/s}^2}$$

Ainsi, l'anomalie détectée avec un gravimètre précis à  $10 \mu \text{Gal}$  serait de  $10,0 \times 10^{-7} \text{ m/s}^2$ . Elle serait détectable, mais moins précise qu'un GPS à  $1 \mu \text{Gal}$  près (on aurait alors une anomalie détectée de  $10,3 \times 10^{-7} \text{ m/s}^2$ ).

d) Le magma exerçant une pression sur les parois du volcan, la roche où le gravimètre est situé se soulève. Quelle(s) correction(s) doit-on apporter aux mesures pour contrer cet effet?

La correction à apporter serait une correction d'altitude puisque le gravimètre s'éloigne du centre de la Terre lorsque la roche se soulève (une augmentation du rayon entre le gravimètre et le centre de la Terre diminue la valeur de gravité mesurée). Il ne faut pas appliquer de correction de plateau puisque même si la roche se soulève, la masse de roche sous le gravimètre reste la même. Le soulèvement de la roche n'a aucun effet sur la latitude du gravimètre, ni sur la dérive causée par la fatigue de l'instrument et la force

bien vu

des marées, ni sur l'accélération centrifuge subit par le gravimètre, donc aucune autre correction ne doit être appliquée.

e) Après avoir atteint la valeur maximale calculée en b), on s'aperçoit que la gravité mesurée continue d'augmenter progressivement. Comment interprétez-vous ce résultat ?

La valeur de gravité mesurée pourrait continuer à augmenter à cause de la fatigue du ressort dans le gravimètre qui, avec le temps, se détend de plus en plus. Cela aurait pour conséquence de diminuer le rayon entre la masse du gravimètre et le centre de la Terre. Toutefois, cette dérive serait probablement très faible. Une autre raison qui pourrait expliquer une augmentation de la gravité mesurée serait que même si le magma a atteint  $Z_c$ , la quantité de magma continue d'augmenter dans le même volume confinée de chambre magmatique, faisant ainsi augmenter la masse volumique (densité) du magma dans la chambre. Une augmentation de la densité du magma pourrait entraîner une augmentation de la gravité mesurée.

Question #5

a)

Il est vrai que l'accélération centrifuge a un effet sur l'attraction gravitationnelle. Cette accélération vient s'opposer à la force gravitationnelle. Il est important de dire que l'accélération gravitationnelle est maximale à l'équateur et pratiquement nulle aux pôles. Ceci explique partiellement pourquoi la gravité est plus forte aux pôles.

En plus de ceci, l'attraction gravitationnelle est inversement proportionnelle à la distance avec le centre de la terre. Donc, plus on se situe loin du centre de la terre, moins la gravité sera forte. La Terre est en forme d'ellipsoïde, elle est aplatie aux pôles. Cet aplatissement à proximité des pôles diminue la distance avec le centre de la Terre. Ce qui rend la gravité plus forte aux pôles qu'à l'équateur.

b)

Tout d'abord, l'ellipsoïde est une forme approximée de la Terre. Cette forme est légèrement aplatie aux pôles et renflée à l'équateur tel que mentionné par l'énoncé. Ce modèle mathématique est grandement simplifié car la Terre aurait plus la forme d'une patate. Malgré cela, tel que mentionné par l'énoncé, l'ellipsoïde conserve ces utilités en raison de la facilité à le décrire mathématiquement.

Le géoïde terrestre modélise beaucoup mieux la forme réelle de la planète. Mais contrairement à l'énoncé, il ne représente pas la forme réelle de la Terre. L'énoncé dit également que c'est une surface imaginaire en plus d'être la forme réelle de la Terre ce qui est une contradiction en soit. Le géoïde représente une surface équipotentielle du champ de pesanteur terrestre. Le géoïde sert de référence (datum) en matière de données d'altitude, il est donc très pratique pour mesurer les anomalies gravitationnelles partout autour du globe.

c)

En plaçant un gravimètre au-dessus d'une montagne, dans une chaîne de montagnes, il est très certain que l'on va observer une anomalie de gravité. Par contre, contrairement à ce qui est dit dans l'énoncé, l'anomalie enregistrée sera négative. Cette anomalie négative est causée par les racines orogéniques de la montagne. Ces racines augmentent la proportion de croûte continentale, qui par le même fait diminue la proportion du manteau sous la montagne. La croûte étant moins dense que le manteau, une anomalie négative sera enregistrée contrastant avec les milieux avoisinants.

d)

En effet, il est très important de corriger les données gravimétriques avant de les interpréter. Pour bien interpréter ce type de données, il ne faut que conserver les données concernant les anomalies de gravité causées par les contrastes de densité dans le sol et donc, corriger les autres types d'anomalies.

L'énoncé mentionne l'altitude, la topographie, la densité des roches et la rotation de la Terre comme étant des facteurs influençant la gravité. Ceci est partiellement vrai, l'altitude (correction d'altitude et de plateau), la topographie (correction de relief) en plus de la rotation de la Terre (correction d'Eötvös), sont tous des facteurs créant des anomalies pour le gravimètre et nécessitant une correction. Cependant, la densité des roches est le facteur que nous voulons garder pour l'interprétation des données gravimétriques, il n'y a donc aucune correction à faire concernant ceci.

En plus de tout cela, il est également important d'effectuer la correction de dérive qui elle corrige les variations de gravité absolue, de fatigue des composantes mécaniques ainsi que les variations causées par les changements de température.

e)

Tout d'abord, la modélisation directe consiste à signaler le résultat du comportement d'un système à partir d'un modèle physique et mathématique. Tel que mentionné dans l'énoncé, il est donc vrai que les paramètres sont connus, ce qui est inconnu sont les résultats. La réponse gravimétrique à l'aide des formules de géométrie simple telle que vue en classe est un bon exemple de modélisation directe.

**inverse**  
La modélisation indirecte est donc le contraire de ceci. Les paramètres du système sont les inconnus et on va les trouver au travers des données expérimentales. Par exemple, il est possible de construire un modèle sur la consommation d'énergie fossile dans la ville de Montréal en ne connaissant que la consommation totale dans la ville. Il faudrait aller chercher d'autres paramètres au travers de cette consommation totale.

L'énoncé dit donc vrai en général.