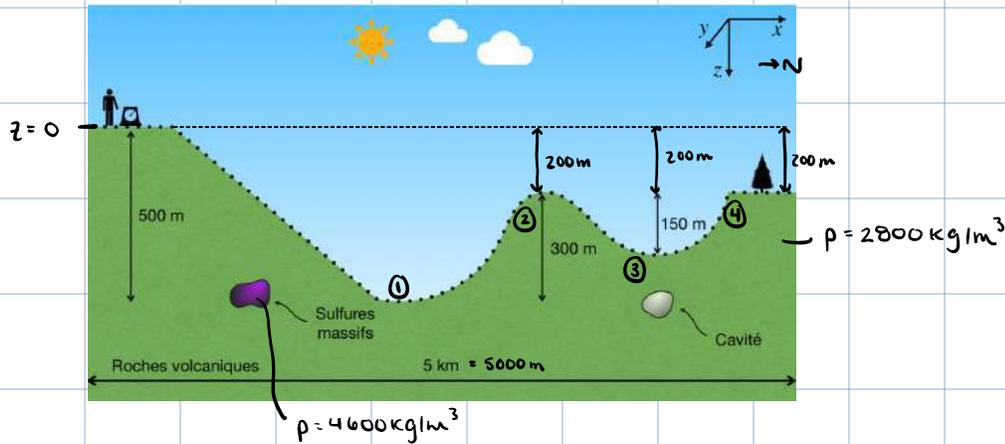


Question 1



a) Dérive : variations naturelles (force des marées), fatigue de l'instrument, variations température

* On suppose que la dérive est linéaire dans le temps

• $t_1 = 0 \text{ h} \rightarrow v_1 = 43 \text{ mGal}$

$\gamma = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{55 - 43}{4 - 0} = 3 \text{ mGal/heure}$ (surestimation des mesures)

$t_2 = 4 \text{ heures} \rightarrow v_2 = 55 \text{ mGal}$

• $\Delta g_D = -\gamma (t - t_1)$ ici $t = 4 \text{ heures}$

$\Delta g_D = -3 \text{ mGal/heure} (4 - 0) = -12 \text{ mGal} = -1,2 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$ (à $t = 4 \text{ heures}$)



correction négative, car on a surestimé pendant le levé

b) Latitude : L'approximation de la forme ellipsoïdale de la Terre. Vers les pôles, la gravité augmente (distance au centre de masse diminue) et à l'équateur, la gravité baisse (distance au centre de masse augmente).

$$\Delta g_L = - \frac{g_e C_1 \sin(2\theta)}{R_e} (y - y_0)$$

→ y_0 est la position vers le nord de la station de référence (ici, l'axe des x tel que mentionné dans l'énoncé)

où :

- $g_e = 9,780327 \text{ m/s}^2$

- $C_1 = 5,2790414 \times 10^{-3}$

- $y = 5000 \text{ m}$

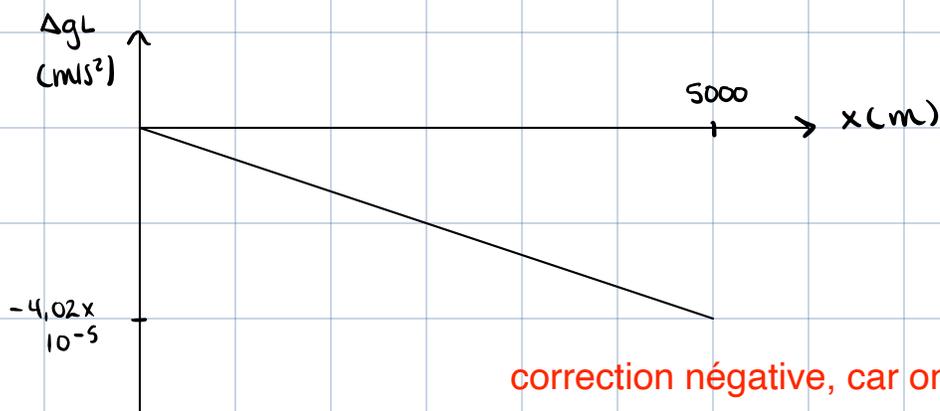
- $R_e = 6,378 \times 10^6 \text{ m}$

- $y_0 = 0 \text{ m}$

- $\theta = 48,225^\circ$

$$\Delta g_L = - \frac{9,780327 \text{ m/s}^2 (5,2790414 \times 10^{-3}) \sin(2(48,225)) (5000 - 0)}{6,378 \times 10^6 \text{ m}}$$

$$\Delta g_L = - 4,02 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$$



c) Altitude: Les changements en altitude du gravimètre

ici :

- station de base : $z_{\text{base}} = 0$

- premier creux : $z = -500 \text{ m}$

- premier sommet : $z = -200 \text{ m}$

• deuxième creux: $z = -(200+150) = -350$ m

• fin (à 5000 m): $z = -200$ m

$$\Delta g_A = 3,083 \times 10^{-6} h$$

\downarrow
 $z - z_{\text{base}}$

① $\Delta g_A = 3,083 \times 10^{-6} (-500 - 0)$

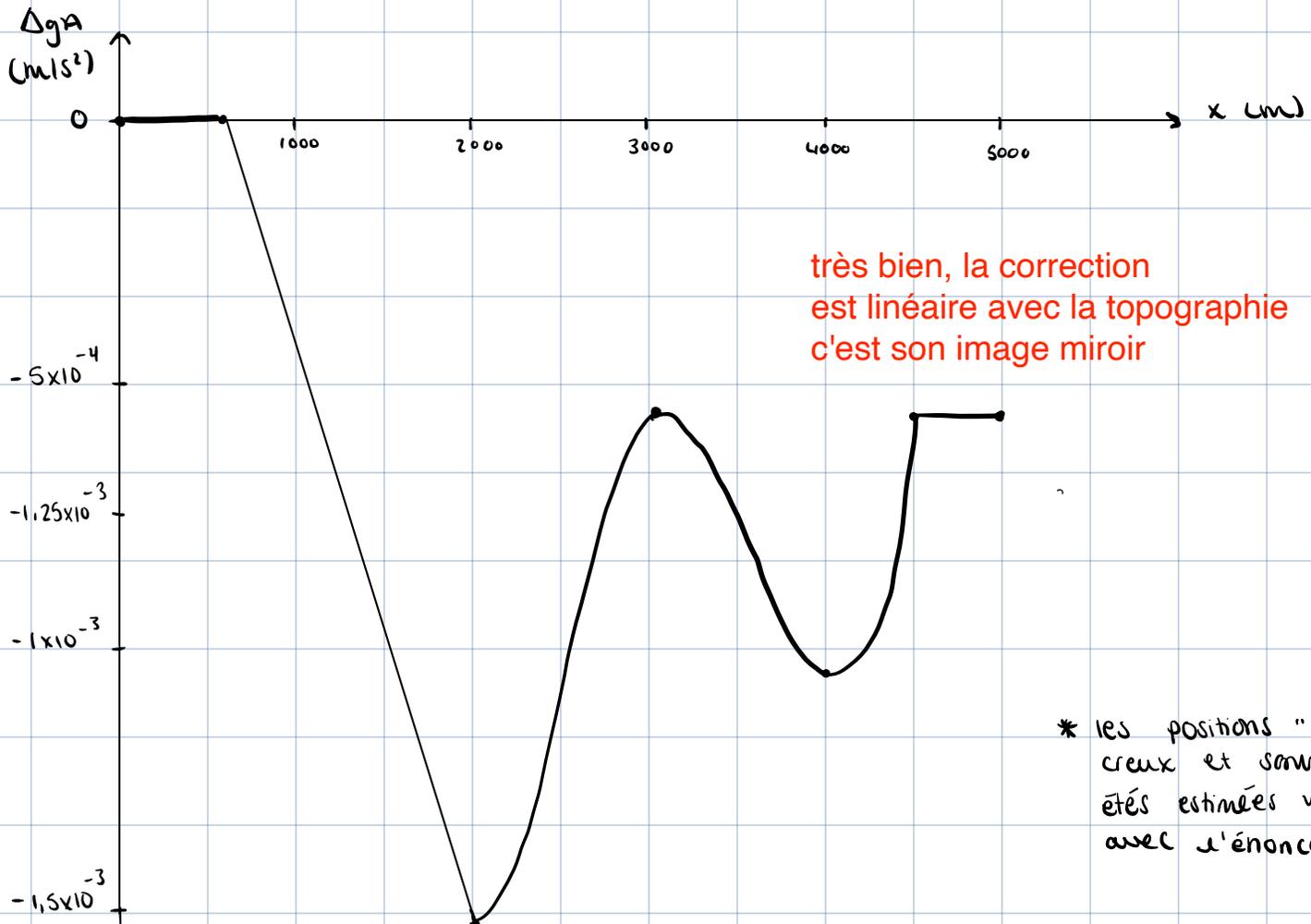
$$\Delta g_A = -1,54 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

② $\Delta g_A = 3,083 \times 10^{-6} (-200 - 0)$

$$\Delta g_A = -6,167 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2 \rightarrow \text{même chose pour } \textcircled{4}$$

③ $\Delta g_A = 3,083 \times 10^{-6} (-350 - 0)$

$$\Delta g_A = -1,079 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$$



d) Plateau: changements de masse à cause de la variation de topographie entre la station de base et les points de données

$$\Delta g_p = -2\pi G \rho_B (z - z_0)$$

ici : $G = 6,67408 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{kg} \cdot \text{s}^2$

$\rho_B = 2800 \text{ kg/m}^3$

$z_0 = 0 \text{ m}$ (station de base)

① $\Delta g_p = -2\pi (6,67408 \times 10^{-11}) (2800) (-500 - 0)$

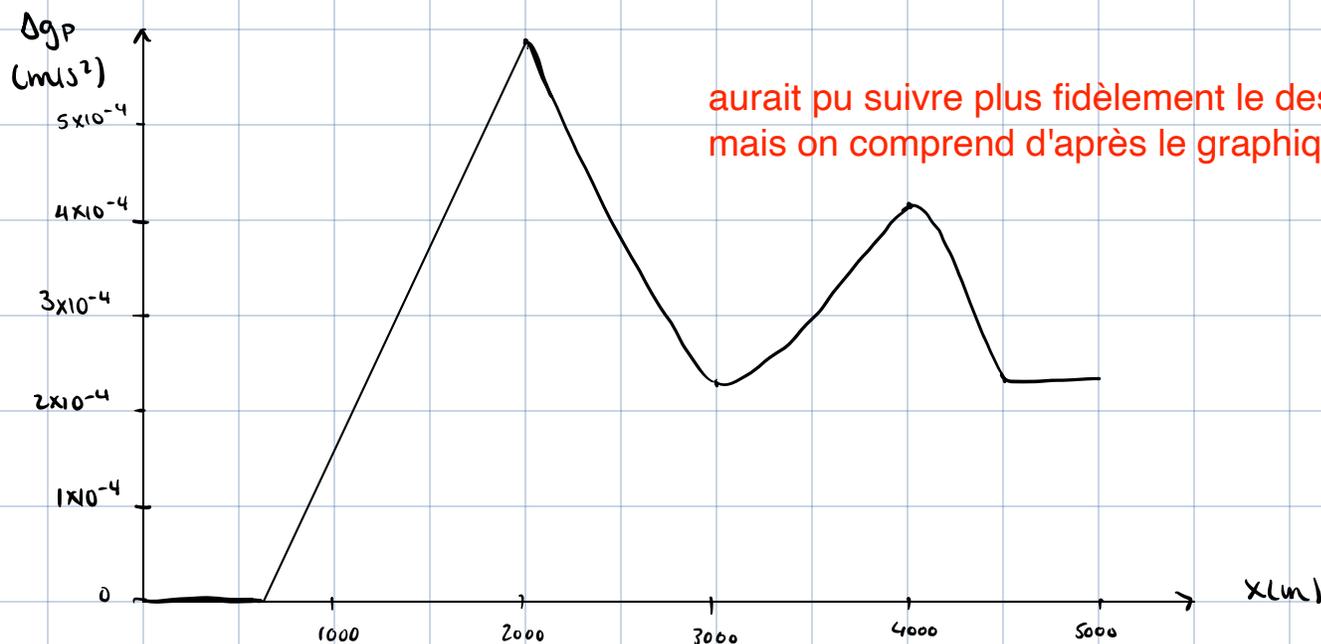
$$\Delta g_p = 5,87 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$$

② $\Delta g_p = -2\pi (6,67408 \times 10^{-11}) (2800) (-200 - 0)$

$$\Delta g_p = 2,348 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2 \rightarrow \text{même que } \textcircled{4}$$

③ $\Delta g_p = -2\pi (6,67408 \times 10^{-11}) (2800) (-350 - 0)$

$$\Delta g_p = 4,11 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$$



e) Anomalie de Bouguer : Après avoir apporté toutes les corrections, il reste seulement le signal gravimétrique que cause les changements de densité dans le sol

• ici (avec les corrections précédentes) : $\Delta g_B = \Delta g_{obs} + \Delta g_D + \Delta g_A + \Delta g_L + \Delta g_P$

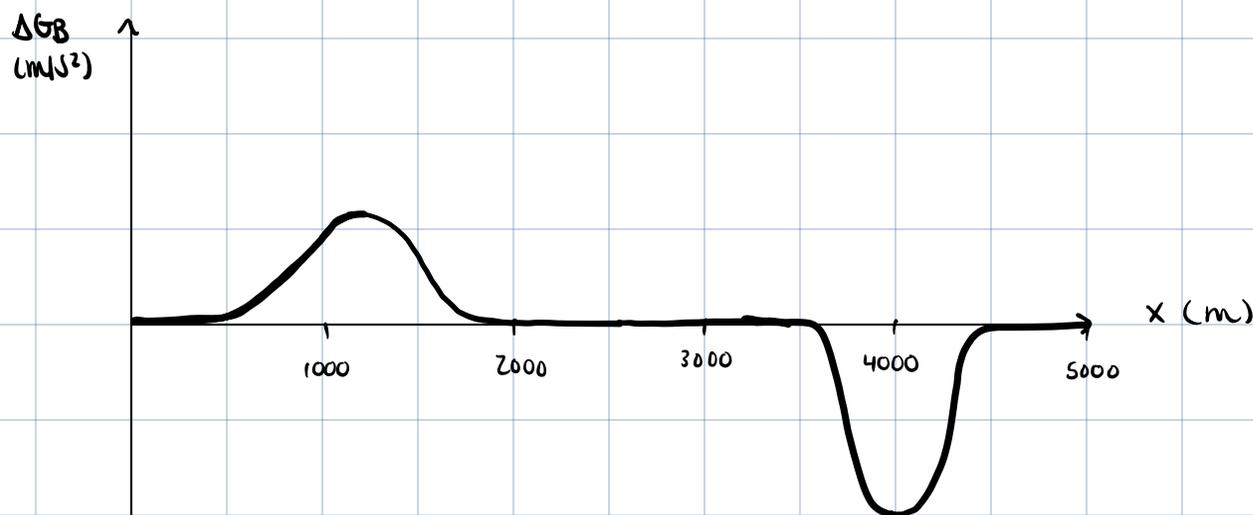
dans ce cas, nous n'avons pas la valeur de Δg_{obs} (graphique qualitatif)

• Contrastes de densité observés dans le sol :

1) amas de sulfures massifs de densité supérieure à la roche encaissante

($4600 \text{ kg/m}^3 > 2800 \text{ kg/m}^3$), donc contraste de densité positif (situé à environ $x = 1100 \text{ m}$)

2) Cavité, donc une densité plus faible que la roche encaissante, et un contraste de densité négatif (situé à environ $x = 4000 \text{ m}$) (on estime que la densité de l'air est de $\sim 0 \text{ kg/m}^3$)



notez comment l'anomalie
causée par la cavité est presque
2x plus grande que celle des sulfures

QUESTION #2

a) n'est pas tout nécessaire pour répondre, mais démontre une compréhension de la matière et que le problème a été analysé

a)

Oui, il serait approprié d'utiliser la gravimétrie ici, puisque les tunnels sont vides ($\rho=0$), et ont donc un bon contraste de densité avec la roche encaissante ($\rho=2600 \text{ kg/m}^3$). La réponse gravimétrique produite serait donc suffisamment contrastée par rapport au bruit qui pourrait potentiellement être produit par des hétérogénéités de la roche sédimentaire. On n'aurait donc pas de difficulté à obtenir un signal de bonne qualité.

Par contre, je pense que de faire un seul profil parallèle à la frontière est risqué. Même si nous savons que les tunnels sont perpendiculaires à la frontière, il serait utile de confirmer l'exactitude de cette information. Lors du creusage des tunnels, les trafiquants n'ont sans doute pas respecté une perpendicularité parfaite avec la frontière. Si on veut détecter l'emplacement des tunnels avec plus d'exactitude, je suggère de faire au minimum trois levés parallèles à la frontière. De cette manière, il sera possible de construire une carte représentative des tunnels, au cas où il y aurait des bifurcations inattendues.

b)

L'anomalie la plus faible mesurée, en considérant la réponse gravimétrique des tunnels, va être située au dessus du tunnel le plus mince (3 m de largeur).

On se trouve ici dans le cas où les tunnels peuvent être représentés par des cylindres horizontaux très longs. L'anomalie gravimétrique d'un tunnel sera alors donnée par l'équation suivante :

$$\Delta g_z = \frac{2\pi G a^2 \Delta \rho}{\Delta z (1 + (\frac{\Delta x}{\Delta z})^2)}$$

où :

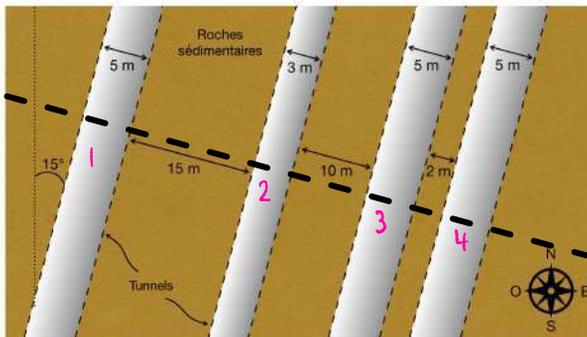
G est la constante gravitationnelle = $6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg}\cdot\text{s}^2$

a est le rayon du cylindre

$\Delta \rho$ est le contraste de densité des milieux = -2600 kg/m^3

Δx est la position en x par rapport à l'origine

Δz est la position en z par rapport à l'origine



-- profil en x

$$\begin{aligned} \Delta \rho &= \rho_{\text{interne}} - \rho_{\text{encaissant}} \\ &= 0 \text{ kg/m}^3 - 2600 \text{ kg/m}^3 \\ &= -2600 \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

Sachant que l'anomalie maximale se situe directement en haut des tunnels, on considère les prises de mesure situées directement en haut des tunnels. Ainsi, on a dans tous les cas :

$$\Delta z = 0 - 3 = -3 \text{ m}$$

$$\Delta x = 0 - 0 = 0 \text{ m}$$

$$\Delta g_z = \frac{2\pi G a^2 \Delta \rho}{-3}$$

on pouvait seulement calculer pour le cylindre le plus petit et justifier d'après l'équation du cylindre

On a donc :

<p>tunnel 1 $a = 2,5 \text{ m}$</p> $\Delta g_{z_1} = \frac{2\pi G (2,5)^2 (-2600)}{-3}$ $\Delta g_{z_1} = 2,27 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2$	<p>tunnel 2 $a = 1,5 \text{ m}$</p> $\Delta g_{z_2} = \frac{2\pi G (1,5)^2 (-2600)}{-3}$ $\Delta g_{z_2} = 8,177 \times 10^{-7} \text{ m/s}^2$
<p>tunnel 3 $a = 2,5 \text{ m}$</p> $\Delta g_{z_3} = \frac{2\pi G (2,5)^2 (-2600)}{-3}$ $\Delta g_{z_3} = 2,27 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2$	<p>tunnel 4 $a = 2,5 \text{ m}$</p> $\Delta g_{z_4} = \frac{2\pi G (2,5)^2 (-2600)}{-3}$ $\Delta g_{z_4} = 2,27 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2$

note : la numérotation des tunnels s'est faite de la gauche vers la droite

L'anomalie la plus faible est donc bel et bien au dessus du tunnel #2, et elle est de $8.177\text{E-}7 \text{ m/s}^2$

c)

$$1 \mu\text{Gal} = 1 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2 \Rightarrow 8,177 \times 10^{-7} \text{ m/s}^2 = 81,77 \mu\text{Gal}$$

L'anomalie la plus faible sera détectable par le gravimètre précis au μGal près. Le gravimètre détectera 82 μGal .

d)

Les dykes sont espacés au minimum de 2m. La fréquence correspondante à cet espacement est donc de 0.5 m^{-1} , ce qui est notre fréquence maximale (« variations les plus rapprochées qu'on pourrait observer [dans le signal] ») (notes de cours).

$$2 f_{\text{max}} \leq f_e \quad (\text{théorème d'échantillonnage})$$

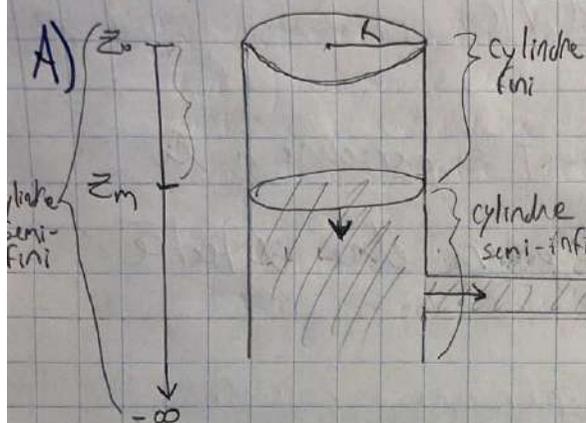
$$2 \times 0,5 \leq f_e \Rightarrow f_e = 1 \text{ m}^{-1} \quad (\text{fréquence d'échantillonnage minimale})$$

$1 \text{ m}^{-1} \Rightarrow$ mesure au maximum à chaque mètre (non inclus)

La fréquence d'échantillonnage proposée par le géophysicien junior est adéquate, dans le sens où elle ne dépasse pas le seuil de « une mesure à chaque mètre, au maximum ».

Par contre, de manière « pratico-pratique », une prise de mesure à chaque 10 cm est peut-être exagérée. On pourrait prendre des mesures à chaque 80 cm et avoir un signal tout aussi adéquat, compte tenu des informations donc on dispose sur le terrain.

Question #3 - Modélisation gravimétrique



l'écoulement du magma entraîne une diminution de z_m . Ainsi, selon la formule (2), la gravité mesurée serait plus petite qu'avant le début de l'écoulement, car Δz augmente.

c'est surtout parce qu'il y a perte de masse

B)

Anomalie de gravité causée par le magma

$$\Delta g_{z \text{ magma}} = 2\pi G \Delta \rho \left[(\Delta z^2 + a^2)^{\frac{1}{2}} - \Delta z \right] \quad \text{2e br Formule 19, section 2.4.1}$$

$$\Delta g_{z \text{ magma}} = 2\pi G \rho_m \left[\left((z_0 + z_m)^2 + R^2 \right)^{\frac{1}{2}} - (z_0 + z_m) \right] \quad \text{(cylindre vertical semi-infini)}$$

exact

où

$$\Delta z = z_0 + z_m$$

$$a = R$$

$$\Delta \rho = \rho_m - \rho_{\text{air}} = \rho_m$$

⑤

$$\rho_m = 3100 \text{ kg/m}^3$$

$$R = 100 \text{ m}$$

distance entre gravimètre et $z_0 = 200 \text{ m}$

Gravité mesurée = $0,04 \text{ mGal} \rightarrow 4 \times 10^{-7} \text{ m/s}^2$, car $1 \text{ gal} = 0,01 \text{ m/s}^2$

Volume échappé = ?

$$V = \pi R^2 \cdot h$$

$$\frac{1}{4} \Delta z = ?$$

Initialement, $z_m = z_0$ (chambre magnétique plane)
et $\Delta g_z = 1 \text{ mGal} = 1 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$

Après calibration, $0,04 \text{ mGal} \rightarrow 4 \times 10^{-9} \text{ m/s}^2$

→ Si on détermine Δz , on peut trouver volume.

Afin de trouver la distance entre z_0 et z_m après la coulée (x), il faut soustraire la différence de gravité lorsque la chambre est pleine à celle obtenue après la coulée. Il est possible d'isoler le x par la suite.

$$\Delta g_z = \Delta g_{z(2)} - \Delta g_{z(1)} \quad \text{ici on utilise le principe de superposition pour superposer 2x l'équation proposée en b)}$$

Initialement :

$$\Delta g_{z(1)} = 2\pi G \Delta \rho \left[(\Delta z^2 + R^2)^{\frac{1}{2}} - \Delta z \right]$$

$$\Delta g_{z(1)} = 2\pi G \Delta \rho \left[(200^2 + 100^2)^{\frac{1}{2}} - 200 \right]$$

Sachant que gravité initiale : $1 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$

Après coulée :

$$\Delta g_{z(2)} = 2\pi G \Delta \rho \left[(\Delta z^2 + R^2)^{\frac{1}{2}} - \Delta z \right]$$

$$\Delta g_{z(2)} = 2\pi G \Delta \rho \left[(200+x)^2 + 100^2)^{\frac{1}{2}} - (200+x) \right]$$

Sachant que gravité après coulée = $4 \times 10^{-7} \text{ m/s}^2$ et
où x : Distance entre z_0 et z_m après coulée

$$\Delta g_z = 2\pi G \Delta \rho [23,606] - 2\pi G \Delta \rho \left[((200+x)^2 + 100^2)^{\frac{1}{2}} - (200+x) \right]$$

$$1 \times 10^{-5} - 4 \times 10^{-7} = 2\pi G \Delta \rho \left([23,606] - \left[((200+x)^2 + 100^2)^{\frac{1}{2}} + (200+x) \right] \right)$$

$$\frac{9,6 \times 10^{-6}}{2\pi \cdot 6,67408 \times 10^{-11} \cdot 3100} = 23,606 - \left[((200+x)^2 + 100^2)^{\frac{1}{2}} + (200+x) \right]$$

$$7,384 - 23,606 = - \left[((200+x)^2 + 100^2)^{\frac{1}{2}} + (200+x) \right]$$

$$-16,22 = - \left[((200+x)^2 + 100^2)^{\frac{1}{2}} + (200+x) \right]$$

$$x = 100,132 \text{ m} \rightarrow \text{l'équation a été résolue}$$

100 m sous le niveau initial est la solution exacte

à l'aide du solveur d'équation
dcode.fr/solveur-equation

3 c) (suite)

Hypothèse : si le niveau de la lave diminue de $X \approx 100,13 \text{ m}$ et $r = 80 \text{ m}$, le volume de lave est de :

$$V = \pi R^2 \cdot X$$

$$= \pi \cdot (100 \text{ m})^2 \cdot 100,13 \text{ m}$$

$$V = 3145676,72 \text{ m}^3$$

autrement dit : pi fois dix à la six mètres cubes

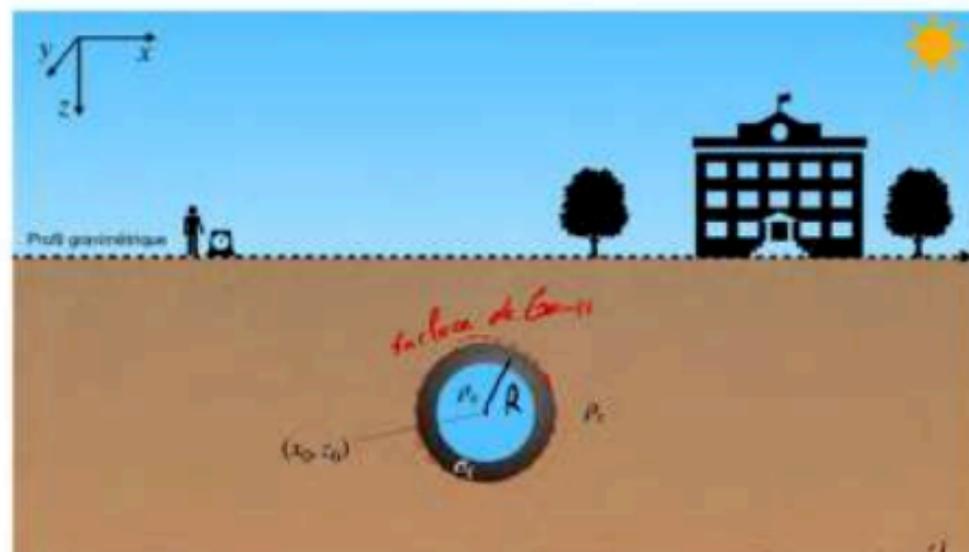
D

I) est possible d'effectuer la correction d'altitude puisque l'abaissement du gravimètre (diminution de la distance entre le gravimètre et le centre de la Terre) augmente la gravité mesurée. La correction de plateau n'a pas lieu d'être, car la masse de roche sous le gravimètre reste sensiblement la même. L'abaissement du parois n'a pas d'impact sur la latitude, la dérive, l'accélération centrifuge. Ainsi, aucune autre correction n'est nécessaire.

ok

Q4: Théorème de Gauss.

3/3



- $\rho_e = 1000 \text{ kg/m}^3$
- $\rho_r = 2500 \text{ kg/m}^3$
- $\sigma_r = 3000 \text{ kg/m}^3$
- $R = 1 \text{ m}$

Figure 9: Détection d'un réservoir d'eau par microgravimétrie.

a) Prenons le théorème de Gauss: $\iint \vec{g} \cdot d\vec{S} = -4\pi G M_{inc}$ où:

$$M_{inc} = M_{capille} - M_{H_2O} = A\sigma_r - V\rho_e = 4\pi R^2 \sigma_r - \frac{4\pi R^3}{3} \rho_e$$

↳ cas relatif à l'encaissant

$$= 4\pi R^2 \left(\rho_e - \frac{R\rho_e}{3} \right) = 4\pi (1)^2 \left(1000 - \frac{(1)(3000)}{3} \right) = 0$$

exact

Ainsi, le réservoir ne présente aucun contraste de masse avec le sol.

b) $\int \vec{g} \cdot d\vec{S} = -4\pi G M_{inc.} = -4\pi G (0) = 0$

Ainsi, $\Delta g_z = 0$ pour le réservoir enfoui. Aucune anomalie ne sera détectable par le gravimètre.

c) Comme le réservoir ne présente pas de contraste de masse avec l'encaissant, il n'y a pas de contraste de densité. Le résultat de lève gravimétrique dans ce cas, ne rendrait, après application des corrections appropriées, qu'une anomalie de Bouguer parfaitement uniforme.

Question 5

a) C'est vrai.

L'ellipsoïde est une surface mathématique régulière qui se rapproche de la forme sphéroïdale de la Terre, mais qui tient compte de l'aplatissement aux pôles. C'est une forme simplifiée et approximative du modèle terrestre. C'est un modèle toutefois utile, car il simplifie les calculs.

Le géoïde est une surface plutôt théorique et equipotentielle (perpendiculaire à l'attraction gravitationnelle en tout point au niveau des océans). Le géoïde a une forme déformée, car il y a plusieurs hétérogénéités d'élévation entre les croûtes continentales et océaniques, ainsi que des variations de densité dans le manteau. Ces variations sont négligées dans le modèle de l'ellipsoïde. Ce modèle est utile pour mesurer des variations d'altitude puisque ce modèle tient compte des montagnes/vallées/etc..

L'ellipsoïde est utilisé pour les GPS et le géoïde est utilisé pour déterminer des hauteurs par rapport au niveau de la mer.

b) C'est vrai, mais clarifions :

L'anomalie d'un cylindre et celle d'une sphère dépend de la distribution de la masse et de la distance de laquelle la mesure est prise. Si le volume, la densité et la profondeur sont égales pour une sphère et un cylindre infini, la gravité sera plus importante pour le cylindre que pour la sphère, car la masse du cylindre est distribuée sur une longue ligne, plutôt qu'un seul point pour la sphère. Puis, plus on s'éloigne de l'anomalie, la gravité diminue plus vite quand on s'éloigne de la sphère que du cylindre, car :

$g_{\text{sphère}} = \frac{Gm}{r^2} \rightarrow g$ est inversement proportionnel au carré de la distance de l'anomalie.

Tandis que $\Delta g_{\text{cylindre}}$ ne dépend pas de cette distance : $= \frac{2\pi G \rho \Delta p}{\Delta z \left(1 + \left(\frac{\Delta x}{\Delta z}\right)^2\right)}$
 ρ rayon cylindre, pas distance entre point de mesure et cylindre.

Il faut considérer que dans la vraie vie, un cylindre infini n'existe pas, mais qu'un cylindre très long suit le même concept expliqué.

c) La correction de Bouguer, ou plutôt la correction de plateau, ajuste les valeurs gravimétriques en fonction de la masse liée aux variations topographiques entre le point de référence (station de base) et le point mesuré. Cette correction est complémentaire à la correction d'altitude. Les deux approximations à faire pour cette correction sont que la seule dimension finie est la hauteur de la tranche de sol infinie utilisée pour la modélisation, et que la densité de cette tranche est constante. Les variations de densité ne seraient pas fidèlement représentés sans la correction de Bouguer et on ne pourrait pas avoir la carte des anomalies de Bouguer. La correction n'est pas LA plus importante, mais elle fait partie des plus importantes, parmi lesquelles on compte aussi la correction de latitude, dérive et altitude (les corrections de relief et d'Eotvos ne sont pas pertinentes si les variations de relief sont faibles et que les mesures ne sont pas prises par gravimètre dynamique).

attention la correction de bouguer combine les 2 : plateau et altitude

d) La modélisation directe permet d'obtenir un résultat à partir de modèles préétablis et d'équations mathématiques et de lois physiques (exemple modèles géologiques théoriques). Tous les paramètres sont connus et il ne reste qu'à trouver le résultat. Par exemple, la modélisation par les géométries simples (même jumelé au principe de superposition) est de la modélisation directe. On compare ensuite les données calculées à celles prises sur le terrain pour vérifier la validité du modèle. Au contraire, la modélisation inverse part d'un résultat et cherche à trouver expérimentalement les paramètres! On modifie les paramètres jusqu'à obtenir le modèle géo voulu. Cette méthode implique qu'il y a plusieurs solutions possibles. Par exemple, on cherche à modéliser des anomalies en se servant de la carte des anomalies de Bouguer, pour déterminer quelles sont les géométries simples qui forment l'anomalie (tel que fait dans le TP2, par essai et erreur)!