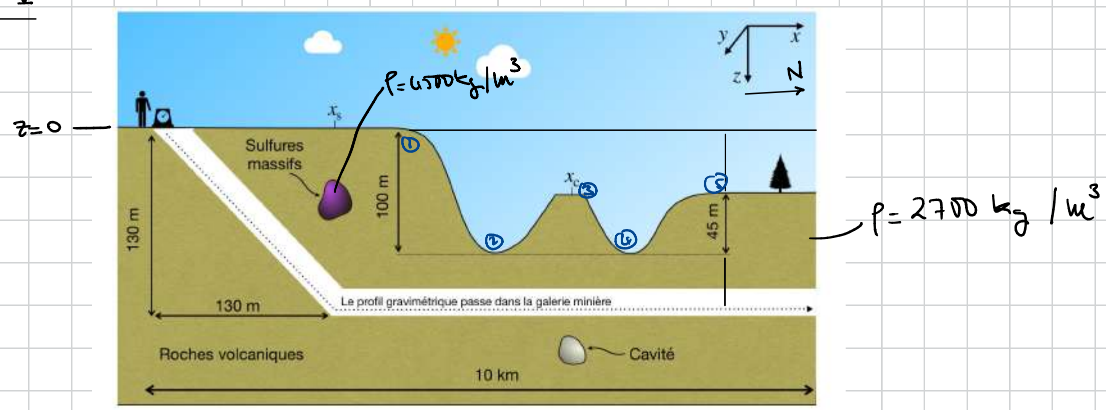
4.5 excellent

Question 1



a) Correction de derive :

La correction derive se fait en supposant que la derive est lineaire dans le temps.

à $t_1 = 0h$ $\quad V_1 = 1$ mGal

à $t_2 = 8h$ $\quad V_2 = -7$ mGal

le taux de derive est : $\tau = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{-7-1}{8-0} = -1$ mGal/h.

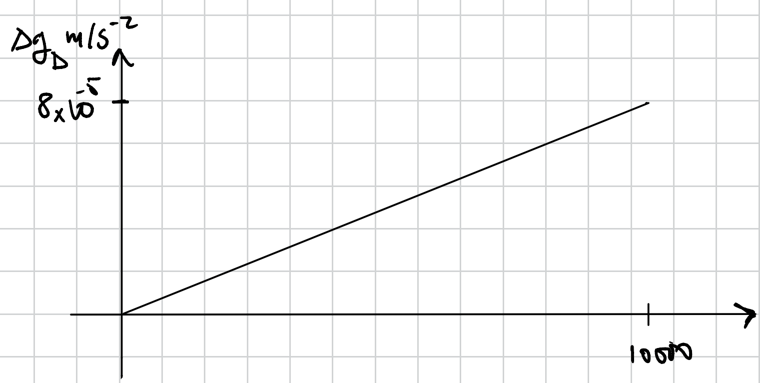
(sous estimation des mesures).

Pour une derive lineaire entre 0h et 8h :

$$\Delta g_D = -\tau (t - t_1)$$

$$\Delta g_D = 1 \text{ mGal/h} \times (8-0)\text{h} = 8 \text{ mGal} = 8 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$$

Correction valide Pour $t \in [0, 8h]$.



correction positive car on a sous estimé pendant pendant le levé.

b) Correction de latitude

En referrence a la section 2.3.2 des notes du cours, on a la correction de la latitude

$$\Delta g_L = -\frac{g_e C_1 \sin(2\phi)}{R_e}(y - y_0)$$

si y_0 est la position vers le nord de la station reference.

Avec $g_e = 9.780327\ m/s^2$

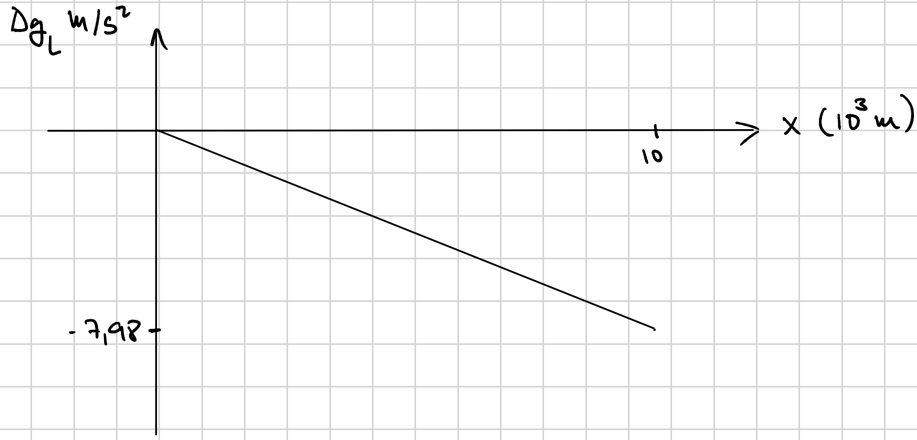
$C_1 = 5.279044 \times 10^{-3}$ $\qquad y = 10\,000\ m$

$R_e = 6.378 \times 10^6\ m$ $\qquad y_0 = 0\ m$

$\phi = 49.7589°$

$$\Delta g_L = -\frac{9.780327 \times (5.279044 \times 10^{-3}) \times \sin(49.7589)}{6.378 \times 10^6\ m} \times (10000 - 0)\ \frac{m}{s^2} \times m$$

$$\Delta g_L = -7{,}98 \times 10^{-5}\ m/s^2$$



c) Correction d'altitude:

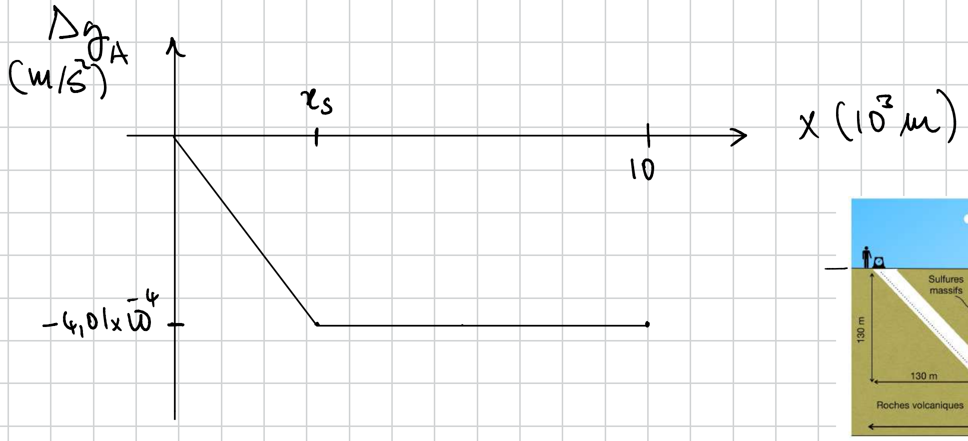
Cette correction permet de corriger les changement gravitationnelle causés par des changements d'altitudes du gravimettre.

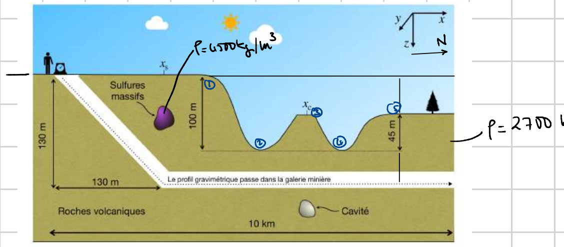
On a, $\Delta g_A = -\frac{2Gm}{r_0^3} h$

$\Delta g_A \simeq 3{,}083 \times 10^{-6} h$ $\qquad$ Connaissant la masse et le rayon moyen de la terre.

Station reference. $z = 0$

x_s $\qquad z = -130\ m$ $\qquad \Delta g_A = 3{,}083 \times 10^{-6}(-130) = -4{,}01 \times 10^{-4}\ m/s^2$





d) Correction de plateau.

Cela nous permet de compenser l'effet des masses rocheuses en dessous ou au dessus de du profil gravimétrique

On a, $\Delta g_p = -2\pi G \rho_B (z - z_0)$ où $G = 6{,}67408\times10^{-11}\ m^3 kg^{-1} s^{-2}$

$\rho_B = 2700\ kg/m^3$.

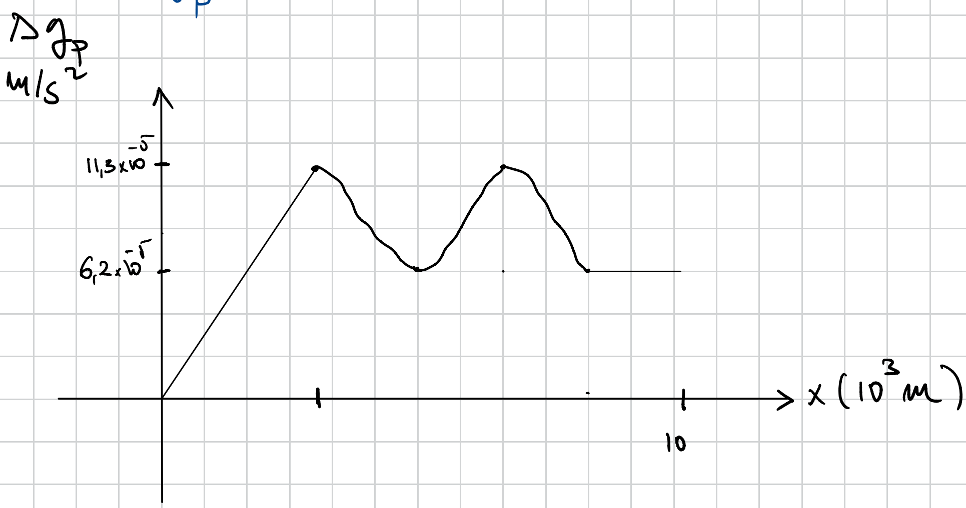
On assume que au point de base $\Delta g_p = 0$

à ① et ③, $\Delta g_p = -2\pi\,(6{,}67408\times10^{-11})(2700)(-100-0)$

$\Delta g_p = 11{,}3 \times 10^{-5}\ m/s^2$

à ② et ④, $\Delta g_p = -2\pi\,(6{,}67408\times10^{-11})(2700)(-55-0)$

$\Delta g_p = 6{,}2\times10^{-5}\ m/s^2$

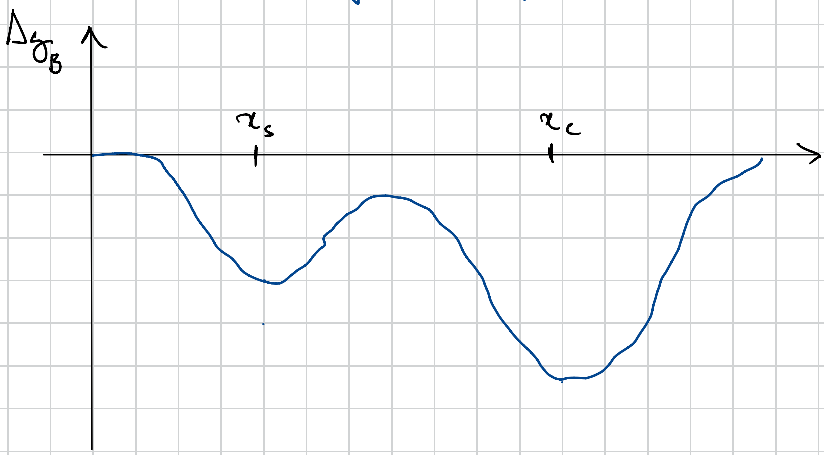


e)

L'anomalie de Bouguer represente le contraste de densité present dans les formations rocheuse.

Pour la Cavité : $\Delta\rho = -2700 \ kg/m^3$

Pour le sulfure massif : $\Delta\rho = 1800 \ kg/m^3$.



* Au point x_s, nous avons une anomalie de Bouguer négative au cause du positionnement du massif de sulfure et son contrast positive

* Au point x_c, nous avons une anomalie negative aussi car contraste de densité négative.

Question 2. Conception d'un levé gravimétrique

$r_{pluton} = a = 1000\ m$

Distance verticale entre centre du pluton et surface : $\Delta z_{pluton} = 1000\ m + 100\ m = 1100\ m$

$\rho_{pluton} = 2400\ kg/m^3$

$\rho_{encaissant} = 2700\ kg/m^3$

Rayons cavités : $1\ m\ \leq R_i \leq 5\ m$

Distances verticales entre centre des cavités et surface : $2\ m \leq \Delta z_{cavités} \leq 10\ m$

a) <u>Amplitude de la plus petite longueur d'onde :</u>

L'anomalie gravimétrique avec la plus petite longueur d'onde anticipée serait celle de levés pris au-dessus des cavités cylindriques aux rayons de 1 m dans la direction x, puisqu'il s'agirait de l'hétérogénéité de densité la plus petite.

De plus, pour obtenir la plus petite longueur d'onde possible pour une même géométrie d'hétérogénéité, on doit avoir la largeur à mi-hauteur la plus petite. Dans le cas des cylindres horizontaux infinis, on a la relation suivante :

$$\Delta z = x_{1/2}$$

Où $x_{1/2}$ est la largeur à mi-hauteur.

Cela nous informe que la longueur d'onde la plus petite sera causée par le cylindre le moins profond ($\Delta z = 2\ m$).

L'amplitude, (valeur absolue de l'anomalie maximale) est donnée par la formule suivante :

$$|\Delta g_{max}| = \left|\frac{2\pi G a^2 \Delta\rho}{\Delta z}\right|$$

Où a est le rayon du cylindre et $\Delta\rho$ est le contraste de densité entre la cavité et la roche encaissante.

Alors :

$$|\Delta g_{max}| = \left|\frac{2\pi \cdot 6.67408 \times 10^{-11} \cdot 1^2(0-2700)}{2}\right| = 5.66 \times 10^{-7}\ m/s^2$$

b) <u>Amplitude de la plus petite longueur d'onde :</u>

La plus grande longueur d'onde est obtenue en passant au-dessus des plutons sphériques de 1 km de rayon dont la distance verticale Δz de 1100 m entre chaque centre et la surface a été déterminée plus haut.

L'amplitude est donnée par l'anomalie maximale directement au-dessus de la sphère (valeur absolue) :

$$|\Delta g_{max}| = \left|G\Delta\rho\left(\frac{4\pi a^3}{3}\right)\frac{1}{\Delta z^2}\right|$$

$$= \left|6.67408 \times 10^{-11} \cdot (2400-2700)\left(\frac{4\pi \cdot 1000^3}{3}\right)\frac{1}{1100^2}\right|$$

$$|\Delta g_{max}| = 6.93 \times 10^{-5}\ m/s^2$$

c) Fréquence maximale selon forages :

La fréquence maximale f_{max} est donnée par les variations de gravité les plus rapprochées, ce qui correspond au diamètre des plus petites cavités : $2r = 2 \times 1 = 2\ m$, en supposant que les cavités (ou les plutons) sont espacées de plus de 2 m entre eux.

Donc,

$$f_{max} = \frac{1}{2} = 0.5\ m^{-1}$$

d) Fréquence maximale selon géophysicien :

Selon le théorème d'échantillonnage, la fréquence d'échantillonnage f_e et la fréquence maximale sont mis en relation de la manière suivante :

$$f_e > 2f_{max}$$

La fréquence d'échantillonnage suggérée est de $\frac{1}{1m} = 1\ m^{-1}$.

Alors,

$$1 > 2f_{max} \rightarrow f_{max} < \frac{1}{2} m^{-1}$$

Le géophysicien junior a peut-être supposé un f_{max} de $\frac{1}{4} m^{-1}$ par exemple.

e) Justification du GPS :

Vérifions d'abord une fréquence d'échantillonnage valide.

Selon le théorème d'échantillonnage,

$$f_e > 2f_{max} \rightarrow f_e > 2 \cdot 0.5 = 1$$

À toute fin pratique, posons $f_e = 1.25\ m^{-1}$.

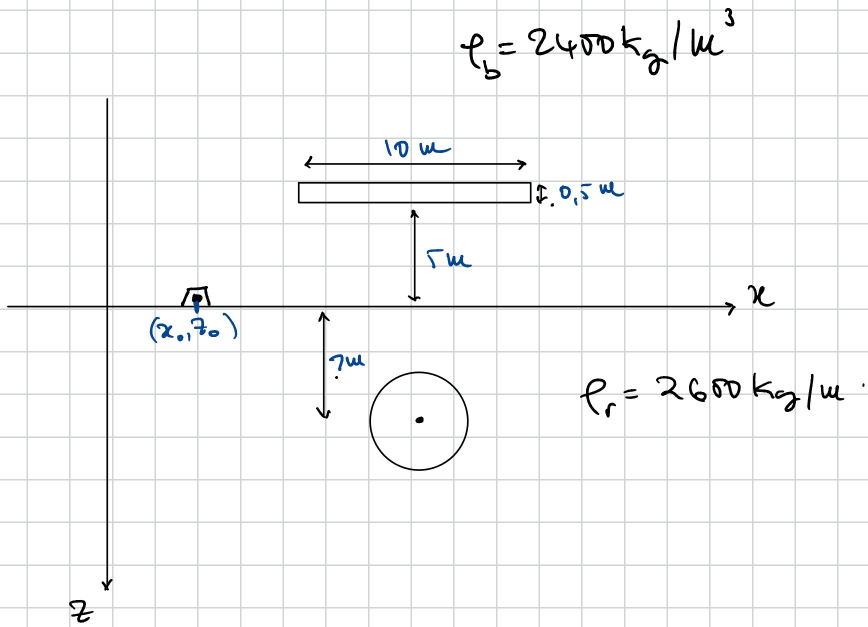
Nous déterminons alors qu'un échantillon doit être pris à chaque $\frac{1}{1.25} m = 0.8\ m$, ce qui justifie l'utilisation d'un GPS de haute précision, puisque la distance entre chaque mesure est très courte et que quelques centimètres pourraient fausser une donnée.

Si on suppose que les cavités demeurent relativement dans la même orientation au long de l'axe y, et que l'étendue des plutons est connue, on peut fortement limiter le nombre de rangées de mesures dans la direction x ce qui réduirait le temps de travail et les coûts associés. Une grille uniforme avec une distance de 0.8 mètres entre chaque point adjacent (une rangée à chaque 0.8 m) serait extrêmement long et couteux à entreprendre.

4.5

Questions

a)



* On assimilera la dalle de beton a une plaque horizontale de longueur fini $L = 10\ m$.

* On assimilera l'ancien reservoir d'essence en une sphere de rayon $r = 2\,m$

b) Anomalie gravimétriques de la dalle.

$$\Delta g_z = 2Gt\,\Delta\rho\left[\tan^{-1}\left(\frac{L-\Delta x}{\Delta z}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\Delta x}{\Delta z}\right)\right]$$

où $\Delta x = x$ $\quad t = 0{,}5\,m$ $\quad \Delta\rho = -200\ kg/m^3$

$\Delta z = -5{,}25\,m$ $\quad L = 10\,m$ $\quad G = 6{,}674\ \frac{m^3}{kg.s^2}$

$$\Delta g_z = 2(6{,}674\times10^{-11})(0.5)(-200)\left[\tan^{-1}\left(\frac{10-x}{-5{,}25}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{x}{-5{,}25}\right)\right]$$

c) Anomalie gravimetrique du reservoire

$$\Delta g_z = G\,\Delta\rho\left(\frac{4\pi a^3}{3}\right)\frac{\Delta z}{(\Delta x^2+\Delta z^2)^{3/2}}$$

où $\Delta x = x$ $\quad a = 2$

$\Delta z = z$ $\quad \Delta\rho = -2600\ kg/m^3$.

$$\Delta g_z = (6{,}674\times10^{-11})(-2600)\left(\frac{4\pi(2)^3}{3}\right)\frac{z}{(x^2+z^2)^{3/2}}$$

$$\Delta g_z = -5{,}82\times10^{-6}\ \frac{z}{(x^2+z^2)^{3/2}}\quad m/s^2$$

d)

Dans notre situation les information inconnues sont les position (x, y) du reservoir.

De ce fait l'anomalie gravimetrique engendre par la dalle sera connu et uniforme sur l'axe des x.

On pourra alors la soustraire de nos mesures, isolant ainsi l'anomalie gravimetrique du reservoir.

$$\Delta g_{mesure} = \Delta g_{corrigé} + \Delta g_{dalle}$$

$$\Delta g_{mesuré} - \Delta g_{dalle} = \Delta g_{corrigé}$$

Avec $\Delta g_{corrigé}$ on peut Isolé $\Delta g_{reservoir}$.

e) Pour que l'anomalie du reservoir soit negligeable

il faut que $\dfrac{\Delta g_z (reservoir)}{\Delta g_z (dalle)} < 0{,}01$.

$$\Delta g_z (reservoir) < 0{,}01 \times \Delta g_z (dalle)$$

On considere $\Delta x \approx 0$; $-5{,}82 \times 10^{-6} \left(\frac{z}{(z^2)^{3/2}} \right) < 0{,}01 \times -1{,}3 \times 10^{-8} \left[\tan^{-1}\left(\frac{10}{-5{,}25}\right) - \tan^{-1} 0 \right]$

$$-\frac{5{,}82 \times 10^{-6}}{z^2} < 8 \times 10^{-9}$$

$$|z| < 26{,}99$$

A partir de 27 m l'anomalie du reservoir deviens negligeable.

5 Question 4. Théorème de Gauss

Des alluvions sont déposés dans un bassin rocheux, tel que montré à la Figure 4. L'épaisseur totale des alluvions est D. Près de la surface terrestre, le contraste de densité entre les alluvions et le roc est $\Delta\rho_0$. Cependant, la densité des alluvions augmente avec la profondeur à cause de la compaction des grains. Le contraste de densité entre les alluvions est le bassin ($\Delta\rho$) est

$$\Delta\rho = \Delta\rho_0\, e^{-\lambda z}, \tag{1}$$

où λ est une constante strictement positive exprimée en m^{-1}.

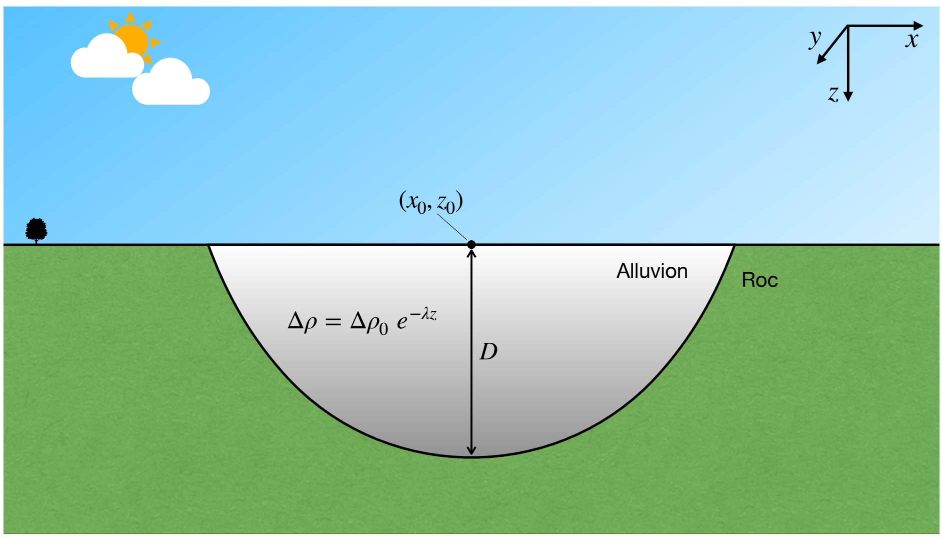


Figure 4 – Alluvions dont la densité augmente avec la profondeur.

À toutes fins pratiques, les alluvions s'étendent à l'infini dans les directions x et y.

a) Paramétrisez le problème en faisant un choix de coordonnées et de géométrie simple.
b) Expliquez pourquoi la compaction des alluvions en profondeur fait augmenter sa densité.
c) Calculez l'anomalie de gravité sur la surface terrestre au centre des alluvions (x_0, z_0).
d) Montrez que quand la profondeur totale du bassin est très grande ($D \to \infty$), la gravité obtenue en c) tend vers une valeur limite constante.
e) D'après ce que vous venez d'apprendre, est-ce que ça vous semble une bonne idée d'utiliser la méthode de gravimétrie pour estimer l'épaisseur des alluvions ?

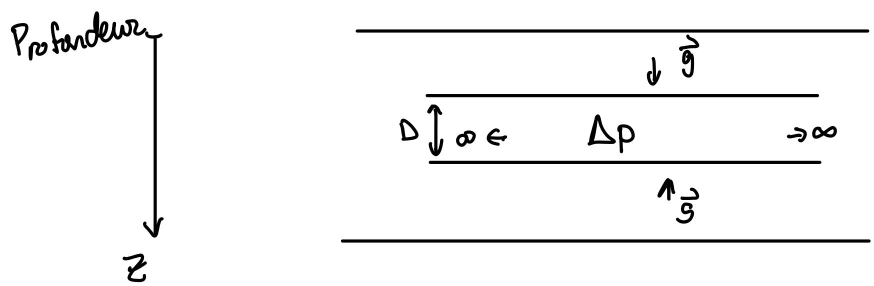
Justifiez toutes vos démarches.

a) À mon avis, le choix logique pour le choix de coordonnées est de placer $z=0$ à la surface du sol et que z est positif lorsqu'il va vers le bas. On considère que l'alluvion est une plaque infinie en x et y et de largeur D.

b) Lorsque les alluvions sont compactés, on fait diminuer la porosité, car les grains seront plus collés ce qui va faire augmenter sa densité.

c) Trouver l'anomalie de surface en (x_0, z_0)

Il faut utiliser le théorème de Gauss.



$$\iint_S \vec{g}\, d\vec{S} = -4\pi G M_{\text{incluse}}$$

$$-2gS = -4\pi G M_{\text{incluse}}$$

Il est possible de trouver la M_{inc} avec l'équation du contraste de densité $\Delta\rho = \Delta\rho_0 e^{-\lambda z}$ où λ est une constante.

$$M_{inc} = \iiint_V \rho\, dV = \int_0^D \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Delta\rho_0 e^{-\lambda z}\, dx\, dy\, dz.$$

$$= \Delta\rho_0 \int_0^D S e^{-\lambda z} \, dz$$

$$= \Delta\rho_0 S \left[\frac{-e^{-\lambda z}}{\lambda} \right]_0^D$$

$$= \Delta\rho_0 S \left(\frac{-e^{-\lambda D}}{\lambda} - \left(\frac{-e^{-\lambda \cdot 0}}{\lambda} \right) \right)$$

$$= \Delta\rho_0 S \left(\frac{-e^{-\lambda D} + 1}{\lambda} \right)$$

Retourner à l'équation initiale

$$-2gS = -4\pi G M_{inc}$$

$$-2gS = -4\pi G \left(\Delta\rho_0 S \left(\frac{-e^{-\lambda D} + 1}{\lambda} \right) \right)$$

$$g = -2\pi G \frac{\Delta\rho_0}{\lambda} \left(e^{-\lambda D} - 1 \right)$$

La variation de gravité en z est donc donnée par l'équation suivante :

$$\boxed{\Delta g_z = -2\pi G \frac{\Delta\rho_0}{\lambda} \left(e^{-\lambda D} - 1 \right)}$$

d) Il faut poser une limite de $D \to \infty$ à l'équation trouvée en c)

$$\lim_{D \to \infty} -2\pi G \frac{\Delta\rho_0}{\lambda} \left(e^{-\lambda D} - 1 \right)$$

$$\Leftrightarrow \quad -2\pi G \frac{\Delta\rho_0}{\lambda} \lim_{D \to \infty} e^{-\lambda D} - 1$$

$$\Leftrightarrow \quad -2\pi G \frac{\Delta\rho_0}{\lambda} \left(e^{-\infty} - 1 \right)$$

$$\lim_{D \to \infty} \Delta g_z = 2\pi G \frac{\Delta\rho_0}{\lambda} \quad , \text{car} \quad e^{-\infty} = 0$$

Lorsque la profondeur D tend vers l'infini, la gravité obtenue tend vers une valeur limite constante de $2\pi G \frac{\Delta\rho_0}{\lambda}$.

e) Avec l'information trouvée, on remarque que lorsque la profondeur de l'alluvion est élevée, la gravité aura tendance à tendre vers une valeur constante de $2\pi G \frac{\Delta\rho_0}{\lambda}$. Cela fait en sorte qu'il est difficile d'estimer l'épaisseur D des alluvions par la méthode de gravimétrie, car lorsque la profondeur sera grande on ne pourra pas observer précisément les variations gravimétriques.