

## Examen intra

### GLQ2200 – Géophysique appliquée 1 Hiver 2026

Polytechnique Montréal  
Département des génies civil, géologique et des mines  
Professeur : Charles L. Bérubé

Nom : \_\_\_\_\_ Matricule : \_\_\_\_\_

#### Consignes :

- Le début de l'examen est samedi le 21 février 2026 à 12h00 (midi).
- La fin de l'examen est lundi le 23 février 2026 à 12h00 (midi).
- L'examen doit être fait **individuellement**.
- L'examen se fait à livre ouvert et toute documentation, incluant Internet, est permise.
- Aucune communication au sujet de l'examen n'est permise pendant l'examen.
- Le professeur ne répondra à aucune question pendant la durée de l'examen.
- Il faut **justifier toutes vos démarches** et citer vos sources au besoin.
- Le questionnaire fait 6 pages et contient 4 questions pour un total de 20 points.
- Il faut mettre au propre vos réponses de façon bien organisée.
- Les sections du cahier de réponses jugées brouillons ne seront pas corrigées.
- Une grille d'évaluation est donnée à la page 6 du questionnaire.
- Le questionnaire signé doit être remis avec votre cahier de réponses.
- Remettre le tout dans la boîte de dépôt prévue à cet effet sur Moodle.

#### En signant le questionnaire, l'étudiant ou l'étudiante confirme qu'il ou elle

- respecte l'engagement pris lors de la signature du code de conduite de Polytechnique ;
- comprend les règles institutionnelles concernant la fraude citées dans le plan de cours ;
- a fait l'examen individuellement, sans avoir communiqué avec qui que ce soit ;
- comprend que toute suspicion de fraude sera signalée aux instances appropriées.

Signature de l'étudiant(e) : \_\_\_\_\_ Date : \_\_\_\_\_

### Question 1. Corrections gravimétriques

Vous réalisez un profil gravimétrique près d'Eeyou Istchee Baie-James, dans la région du Nord-du-Québec ( $51.7008^\circ \text{ N}$ ,  $76.0468^\circ \text{ O}$ ). Les cartes géologiques de la région vous indiquent qu'on y retrouve surtout des roches volcano-sédimentaires amphibolitisées dont vous évaluez la densité moyenne à  $2900 \text{ kg/m}^3$ . Votre objectif est de localiser une formation de fer à oxydes (position  $x_f$ ) dont la densité est estimée à  $5180 \text{ kg/m}^3$ . On sait aussi que des cavités vides (position  $x_c$ ) sont présentes à cause d'anciennes opérations minières à proximité du site étudié.

Le profil s'étend sur 500 m dans la direction SO-NE (Figure 1). L'axe des  $x$  pointe dans la direction NE et une station de base est située à l'extrémité SO du profil. Deux gravimètres relatifs sont utilisés : le premier est transporté le long du profil et le deuxième est fixé à la station de base.

Avant de commencer le travail, la station de base indique une valeur de  $-1 \text{ mGal}$ . Quatre heures plus tard, lorsque vous arrivez à l'extrémité NE du profil, la station de base indique  $-4 \text{ mGal}$ . Pour assurer un bon contrôle de qualité sur les données, vous décidez de répéter les mesures sur le chemin du retour, en direction SO. Quatre heure plus tard, lorsque vous êtes de retour à la station de base, celle-ci indique  $+2 \text{ mGal}$ .

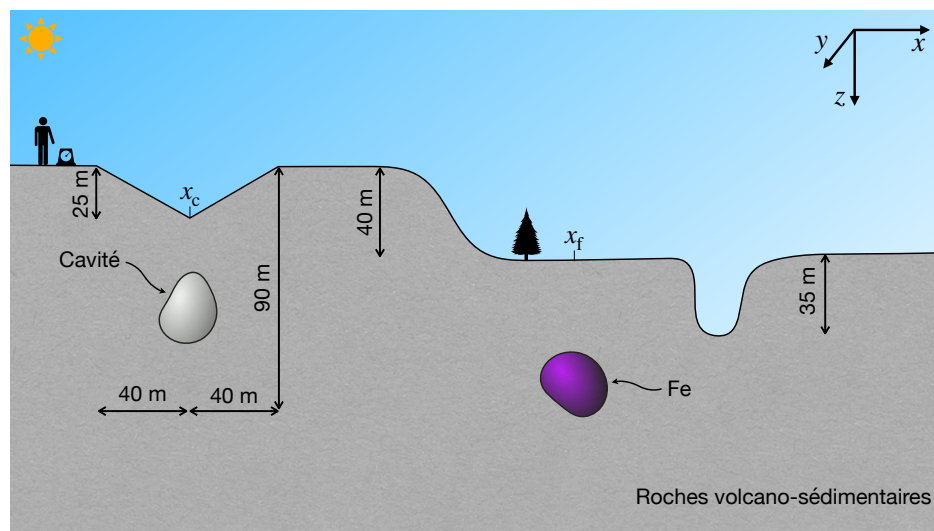


Figure 1 – Profilage gravimétrique dans la région d'Eeyou Istchee Baie-James.

On vous demande de tracer sous forme de graphiques les profils (incluant l'aller et le retour) de

- a) la correction de dérive;
- b) la correction de latitude;
- c) la correction d'altitude;
- d) la correction de plateau;
- e) l'anomalie de Bouguer.

Justifiez toutes vos démarches.

## Question 2. Conception d'un système de surveillance gravimétrique

Votre firme de consultation a été mandatée pour surveiller le niveau de la mer dans la région de la baie de Fundy. Dans ce secteur, les falaises sont constituées du conglomérat de Hopewell, une formation géologique composée de grès et de mudstone qui leur confère leur couleur rouillée. La densité ( $\rho$ ) de cette formation est de  $2500 \text{ kg/m}^3$ .

À marée basse, le fond sableux de la baie est exposé (Figure 2). À marée haute, le niveau de l'eau demeure encore à 5 m sous le sommet de la falaise. À cet endroit, l'amplitude habituelle entre les marées basses et les marées hautes atteint environ 16 m. Toutefois, votre client soupçonne la présence d'anomalies dans la variation de hauteur entre les marées hautes et les marées basses.

Lors d'une réunion de projet, un stagiaire en géologie dans votre équipe propose d'installer un gravimètre fixe sur le site. Il esquisse rapidement un calcul dans son cahier et suggère d'effectuer deux mesures de gravité par jour afin d'estimer la différence de gravité entre la marée basse et la marée haute, puis d'en déduire l'amplitude maximale des marées quotidiennes.

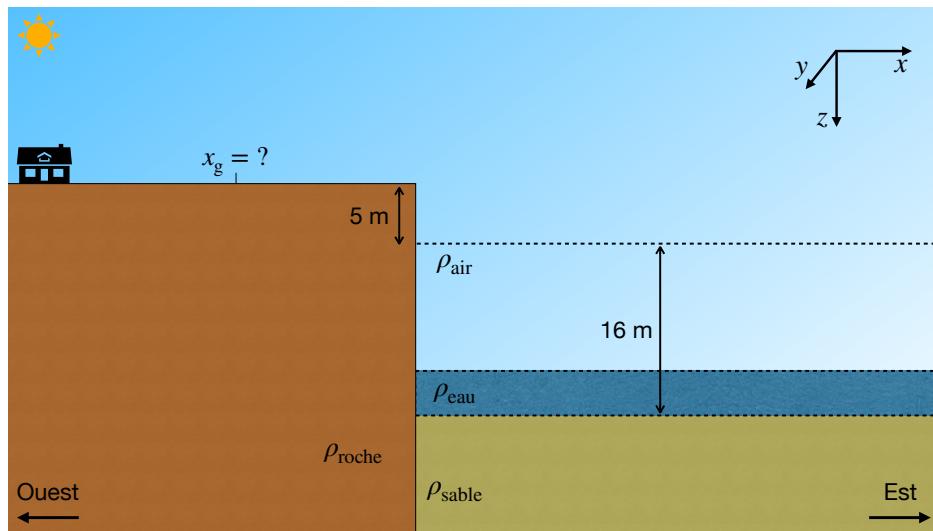


Figure 2 – Surveillance gravimétrique du niveau de la mer.

Ayant suivi un cours de géophysique appliquée à Polytechnique Montréal, vous décidez de valider vous-même la stratégie proposée par le stagiaire avant de déployer une équipe sur le terrain.

Pour ce faire, vous devez

- établir une paramétrisation complète du problème;
- déterminer le meilleur emplacement  $x_g$  pour installer le gravimètre;
- calculer l'amplitude maximale de l'anomalie gravimétrique attendue à  $x_g$ ;
- estimer la fréquence temporelle maximale du signal anticipé;
- proposer une fréquence d'échantillonnage appropriée.

Justifiez toutes vos démarches.

### Question 3. Modélisation gravimétrique

Une équipe d'archéologues prépare une campagne de prospection non invasive sur une pyramide antique à base carrée inspirée des pyramides égyptiennes. Des analyses historiques suggèrent la présence possible d'un tunnel creusé à l'intérieur du monument. Toute investigation intrusive est interdite. L'équipe souhaite évaluer si un levé de gravimétrie permettrait de détecter ce tunnel.

La pyramide est constituée de blocs de calcaire homogène de densité  $\rho_c = 2600 \text{ kg/m}^3$ . Sa hauteur est de 140 m et sa base est un carré de côté 230 m (Figure 3). La pyramide repose sur un substratum rocheux de même densité. Les mesures de gravité seront effectuées le long d'un profil rectiligne traversant une face de la pyramide de la base au sommet, puis redescendant vers la base de la face opposée. On suppose qu'un tunnel rempli d'air traverse horizontalement la pyramide. Le tunnel est modélisé comme un cylindre de rayon 1.5 m, supposé infini dans la direction  $y$ . Son axe est parallèle à  $y$  et est situé à 30 m sous la surface de la pyramide. L'axe des  $x$  pointe vers l'ouest.

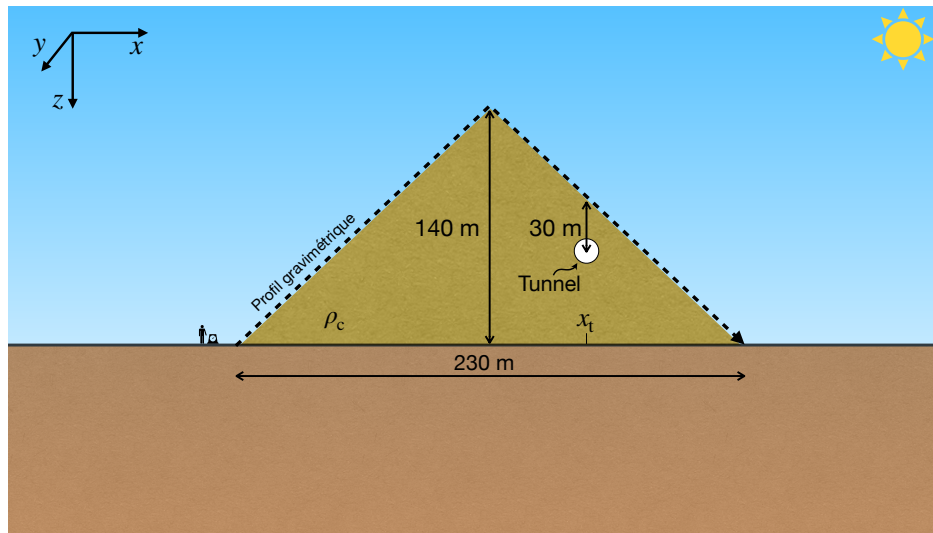


Figure 3 – Détection gravimétrique d'un tunnel cylindrique vide dans une pyramide.

Avant de recommander cette approche, vous décidez d'évaluer la faisabilité de la méthode.

- Proposez une paramétrisation complète du problème.
- Déterminez les corrections principales à appliquer aux mesures gravimétriques.
- Calculez l'anomalie gravimétrique produite par le tunnel en fonction de la position du point de mesure  $x$  et de la position du centre du tunnel  $x_t$ . Tracez la valeur exacte de cette anomalie en fonction de  $x$  pour le cas où  $x_t$  est situé au milieu de la cathète d'une face de la pyramide.
- Les données gravimétriques corrigées sont affectées par un bruit gaussien de moyenne nulle et d'écart-type  $\sigma = 10 \text{ } \mu\text{Gal}$ . On définit le tunnel comme détectable lorsque le rapport signal-sur-bruit maximal satisfait

$$\frac{|\Delta g_{\max}|}{\sigma} \geq 3.$$

Calculez la valeur de  $|\Delta g_{\max}|$  nécessaire pour détecter le tunnel.

- Calculez la profondeur maximale  $z_{\max}$  pour laquelle le tunnel reste détectable.

Justifiez toutes vos démarches.

#### Question 4. Théorème de Gauss

Des alluvions remplissent un bassin rocheux, comme montré à la Figure 4. L'épaisseur totale des alluvions est  $D$ . À toutes fins pratiques, le bassin s'étend à l'infini dans les directions  $x$  et  $y$ . On note  $\Delta\rho(z)$  le contraste de densité entre les alluvions et le roc. Près de la surface terrestre, ce contraste vaut  $\Delta\rho_0$ . La compaction fait évoluer ce contraste avec la profondeur selon une loi exponentielle.

On introduit aussi l'effet d'une nappe phréatique. Au-dessus de la nappe, les alluvions sont non saturées. Sous la nappe, la saturation augmente la densité des alluvions, ce qui modifie le contraste de densité. On suppose que cet effet suit la même loi exponentielle que la compaction.

Le contraste de densité est donc

$$\Delta\rho(z) = \begin{cases} \Delta\rho_0 e^{-\lambda z}, & 0 \leq z < z_w, \\ (\Delta\rho_0 + \Delta\rho_w) e^{-\lambda z}, & z_w \leq z \leq D, \end{cases} \quad (1)$$

où  $z$  est positif vers le bas,  $\lambda > 0$  est exprimée en  $\text{m}^{-1}$ ,  $z_w$  est la profondeur de la nappe, et  $\Delta\rho_w$  représente la variation de contraste due à la saturation (constante).

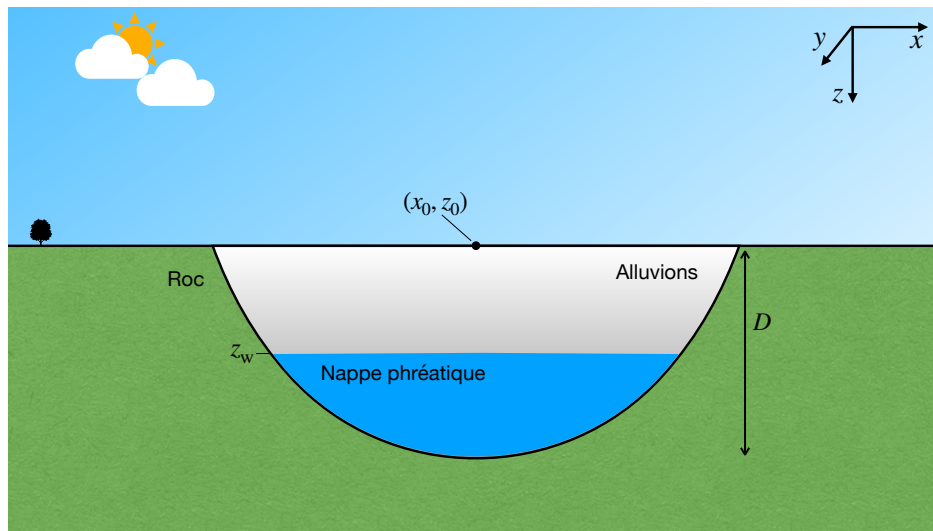


Figure 4 – Alluvions dont la densité augmente avec la profondeur et présence d'une nappe à  $z_w$ .

- Proposez une paramétrisation complète du problème.
- Expliquez pourquoi la compaction et l'eau font augmenter la densité des alluvions.
- Calculez une expression analytique de  $\Delta g_z(x_0)$  en fonction de  $\Delta\rho_0$ ,  $\Delta\rho_w$ ,  $\lambda$ ,  $z_w$  et  $D$ .
- Montrez que lorsque  $D \rightarrow \infty$ , la gravité obtenue en c) tend vers une valeur limite constante.
- La hauteur de la nappe change continuellement, mais grâce à un forage, on sait que

$$\Delta\rho_0 = -500 \text{ kg/m}^3, \quad \Delta\rho_w = +200 \text{ kg/m}^3, \quad \lambda = 0.020 \text{ m}^{-1}, \quad D = 60 \text{ m}.$$

On réalise alors un levé gravimétrique pour estimer  $z_w$ . On mesure  $\Delta g_z(x_0) = -550 \text{ } \mu\text{Gal}$ . Estimez  $z_w$  et commentez sur l'unicité de cette estimation si  $\Delta\rho_w$  était inconnu.

Justifiez toutes vos démarches.

## Grille d'évaluation

L'examen est évalué sur 20 points. La clarté des réponses, la propreté de la présentation et la qualité des justifications appuyant les réponses sont évaluées partout. Pour toutes les questions, chaque sous-question a), b), ... vaut 1 point. Une réponse exacte, mais insuffisamment justifiée donne ½ point. Une réponse qui démontre des erreurs de compréhension évidentes donne 0 point.

### Question 1 (5 points)

Cet exercice vise à évaluer votre compréhension des effets de différents paramètres sur la gravité mesurée à la surface du sol. On s'attend à un graphique quantitatif pour les sous-questions a), b), c) et d). On s'attend à un graphique qualitatif pour la sous-question e). Toutes vos réponses devraient montrer la valeur demandée en fonction de  $x$ . Chaque graphique devrait être accompagné d'une justification sous forme de calculs et de quelques phrase.

Pour a) à d), on demande de tracer la valeur de chaque correction. On veut la valeur qui doit être ajoutée ou retranchée, selon le signe de la correction, à la gravité mesurée. Vous devez quantifier les axes des graphiques là où les dimensions données dans la Figure 1 le permettent.

### Question 2 (5 points)

Cet exercice vise à évaluer votre capacité à concevoir une solution géophysique pour estimer l'amplitude des marées à partir de mesures gravimétriques. 1 point pour une paramétrisation complète du problème. 1 point pour la justification du choix de l'emplacement du gravimètre. 1 point pour le calcul de l'amplitude maximale de l'anomalie gravimétrique attendue. 1 point pour l'estimation de la fréquence temporelle maximale du signal des marées. 1 point pour la proposition d'une fréquence d'échantillonnage justifiée, incluant une considération logistique/coût.

### Question 3 (5 points)

Cet exercice vise à évaluer votre capacité de paramétrer une mise en situation réelle avec des concepts de géophysique appliquée. Vous êtes évalués sur votre compréhension des concepts de paramétrisation de la Terre, de modélisation et d'interprétation géophysique. 1 point pour la paramétrisation du problème. 1 point pour l'identification des corrections principales à appliquer aux mesures gravimétriques. 1 point pour un calcul exact de l'anomalie de gravité du tunnel et le tracé demandé. 1 point pour le calcul du seuil de détectabilité. 1 point pour le calcul de la profondeur maximale de détectabilité et l'interprétation du résultat.

### Question 4 (5 points)

Cet exercice vise à évaluer votre capacité de paramétrer une mise en situation réelle avec des concepts de géophysique appliquée. Vous êtes évalués sur votre compréhension des concepts de paramétrisation de la Terre et du théorème de Gauss. 1 point pour la paramétrisation du problème. 1 point pour l'explication sur la densité variable. 1 point pour un calcul exact de l'anomalie de gravité. 1 point pour la valeur limite constante. 1 point pour l'estimation de  $z_w$ .